

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**  
**GIẢI VÀ BIỆN LUẬN HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**  
**VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN**  
Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Kiến thức liên quan:**

Phương trình bậc nhất một ẩn:  $Ax + B = 0$

- Nếu  $A = 0, B = 0$  thì phương trình có vô số nghiệm.

- Nếu  $A = 0, B \neq 0$  thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu  $A \neq 0$  phương trình có nghiệm duy nhất  $x = \frac{-B}{A}$ .

**I. CÁC DẠNG TOÁN VÀ VÍ DỤ MINH HỌA**

**Dạng 1. Biện luận số nghiệm của hệ phương trình.**

**Phương pháp**

Ta áp dụng phương pháp thế và phương pháp cộng đại số. Trong bài toán biện luận theo tham số khi sử dụng phương pháp cộng đại số ta gặp phải biện luận trường hợp khi nhân các vế hai phương trình của hệ với biểu thức chứa tham số, khi đó ta xem xét sử dụng phương pháp thế.

- Bước 1: Dùng phương pháp thế rút ẩn từ một trong hai phương trình.
- Bước 2: Thế vào phương trình còn lại đưa về phương trình bậc nhất 1 ẩn chứa tham số.
- Bước 3: Giải và biện luận phương trình bậc nhất 1 ẩn theo tham số.
- Bước 4: Kết luận số nghiệm của hệ phương trình tùy thuộc vào giá trị của tham số.

**VD1:** Giải và biện luận hệ phương trình 
$$\begin{cases} mx + y = 2m - 3(1) \\ 2x + my = m + 2(2) \end{cases}$$

**Dạng 2. Tìm tham số để hệ có nghiệm thỏa mãn tính chất, hoặc chứng minh tính chất nào đó của nghiệm.**

**Phương pháp:**

- Tìm tham số để hệ có nghiệm
- Tìm tham số để nghiệm thỏa mãn tính chất theo yêu cầu.
- Đối chiếu điều kiện hệ có nghiệm (bước này các bạn không được quên)
- Kết luận giá trị của tham số thỏa mãn đề bài.

**VD2.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + ay = 2 \\ ax - 2y = 1 \end{cases}$$

Tìm các giá trị của tham số  $a$  để hệ phương trình đã cho có nghiệm thỏa mãn điều kiện  $x > 0, y < 0$ .

**VD3.** Tìm giá trị nguyên của tham số  $m$  để hệ phương trình 
$$\begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ 2x + my = 2m - 1 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên.

**VD4.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y = m + 2 \\ 3x + 5y = 2m \end{cases}$$
. Xác định giá trị của tham số  $m$  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất thỏa mãn  $|2x + y| = 1$ .

**VD5.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2y - x = m + 1 \\ 2x - y = m - 2 \end{cases}$$
. Tìm tham số  $m$  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất sao cho biểu thức  $P = x^2 + y^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

### **BÀI TẬP.**

**Câu 1.** Giải và biện luận theo tham số  $m$  hệ phương trình 
$$\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases}$$
.

**Câu 2.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} mx - y = 5 \\ 2x + 3my = 7. \end{cases}$$

Tìm  $m$  để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn điều kiện  $x > 0, y < 0$ .

**Câu 3.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} mx + y = 2m \\ x + my = m + 1. \end{cases}$$

Tìm các giá trị nguyên của tham số  $m$  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x, y)$  là các số nguyên.

**Câu 4.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} mx - y = 1 \\ x + my = m + 6. \end{cases}$$

Tìm tham số  $m$  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x, y)$  thỏa mãn  $3x - y = 1$ .

**Câu 5.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} (m-1)x - my = 3m - 1 \\ 2x - y = m + 5. \end{cases}$$

Xác định tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất  $(x, y)$  mà  $S = x^2 + y^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

-----

HỆ PHƯƠNG TRÌNH HAI ẨN MỞ RỘNG

Câu 1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} (x+y)^2 + y = 3 \\ 2(x^2 + y^2 + xy) + x = 5. \end{cases}$$

Câu 2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} xy - y^2 = \sqrt{3y-1} - \sqrt{x+2y-1} (1) \\ x^3y - 4xy^2 + 7xy - 5x - y + 2 = 0 (2) \end{cases}$$

Câu 3. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} (x-1)y^2 + x + y = 3 \\ (y-2)x^2 + y = x + 1. \end{cases}$$

Câu 4. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2x^2y^2 \\ (x+y)(1+xy) = 4x^2y^2. \end{cases}$$

Câu 5. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} xy + y^2 + x = 7y \\ \frac{x}{y}(x+y) = 12. \end{cases}$$

Câu 6. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2y = 4 \\ 2x + y + xy = 4. \end{cases}$$

Câu 7. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \sqrt{x+19} - \sqrt{y+6} = 1 \\ \sqrt{y+19} - \sqrt{x+6} = 1. \end{cases}$$

Câu 8. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y} = 4 \\ x + y = 7. \end{cases}$$

Câu 9. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{4}{x+y} + 3\sqrt{4x-8} = 14 \\ \frac{5-x-y}{x+y} - 2\sqrt{x-2} = -\frac{5}{2}. \end{cases}$$

Câu 10. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y} \\ y = \sqrt{3x-2}. \end{cases}$$

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**  
**TỔNG HỢP VỀ ĐƯỜNG TRÒN**

Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Câu 1.** Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O). Gọi E là điểm chính giữa của cung nhỏ AB. Tia CE cắt tia DA tại M và cắt AB tại P, tia DE cắt tia CB tại N và cắt AB tại Q. Chứng minh DCNM, CPQD là các tứ giác nội tiếp.

**Câu 2.** Từ điểm A nằm ngoài (O), 2 tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE (không đi qua tâm O). Tia AO cắt BC tại I. Chứng minh DEOI là tứ giác nội tiếp.

**Câu 3.** Từ điểm A nằm ngoài (O) vẽ 2 tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp tuyến). Gọi H là giao của OA và BC, EF là một dây của (O) đi qua H. Chứng minh AEOF là tứ giác nội tiếp.

**Câu 4.** Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Qua A vẽ hai cát tuyến CAD và EAF ( $C, E \in (O)$ ;  $D, F \in (O')$ ). Đường thẳng CE cắt đường thẳng DF tại P. Chứng minh tứ giác BEPF nội tiếp.

**Câu 5.** Cho (O), đường thẳng d và (O) không giao nhau. A di động trên (d), vẽ tiếp tuyến AB, AC với (O), OA cắt BC tại H.

a) CM BC đi qua 1 điểm cố định

b) CM H thuộc đường 1 cố định.

**Câu 6.** Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC. Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và cung nhỏ BC. Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I. Dây MN cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại các điểm H và K.

a) Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh  $NB^2 = NK \cdot NM$ .

c) Chứng minh tứ giác BHIK là hình thoi.

**Câu 7.** Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A và C); BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

a) Chứng minh  $\widehat{ACM} = \widehat{ACK}$

b) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho  $BE = AM$ . Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C

c) Gọi  $d$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại điểm  $A$ . Cho  $P$  là điểm nằm trên  $d$  sao cho hai điểm  $P, C$  nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ  $AB$  và  $\frac{AP \cdot MB}{MA} = R$ . Chứng minh đường thẳng  $PB$  đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $HK$

**Câu 8.** Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn và đường cao  $BE$ . Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm  $E$  đến đường thẳng  $AB, BC$

a) Chứng minh tứ giác  $BHEK$  là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh  $BH \cdot BA = BK \cdot BC$

c) Gọi  $F$  là chân đường vuông góc kẻ từ điểm  $C$  đến đường thẳng  $AB$  và  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $EF$ . Chứng minh ba điểm  $H, I, K$  là ba điểm thẳng hàng.

**Câu 9.** Cho tam giác đều  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Trên cung  $\widehat{BC}$  không chứa  $A$  ta lấy điểm  $P$  bất kỳ ( $P$  khác  $B$  và  $P$  khác  $C$ ). Các đoạn  $PA$  và  $BC$  cắt nhau tại  $Q$ .

a) Giả sử  $D$  là một điểm trên đoạn  $PA$  sao cho  $PD = PB$ . Chứng minh rằng  $\triangle PDB$  đều.

b) Chứng minh rằng  $PA = PB + PC$ .

**Câu 10.** Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ) có  $M, N$  tương ứng là trung điểm của  $AC, BC$ . Từ một điểm  $I$  bất kỳ thuộc phân giác góc  $A$  ( $I$  trong tam giác  $ABC$ ) kẻ  $ID$  vuông góc với  $BC$ . Đường thẳng  $MN$  cắt đường thẳng  $AI$  tại  $K$ . Chứng minh tứ giác  $IDKC$  nội tiếp.

**Câu 11.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ , nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Trên tia đối của  $AB, CA$  lần lượt lấy hai điểm  $M, N$  sao cho  $AM = CN$ . Chứng minh tứ giác  $MAON$  nội tiếp.