

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 17.09
Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

ĐẠI SỐ

Câu 1. Giải phương trình $\sqrt{x^2-9}-\sqrt{x^2-16}=1$

HD:

Điều kiện $x \geq 4$ hoặc $x \leq -4$.

$$\sqrt{x^2-9}-\sqrt{x^2-16}=1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-9}=\sqrt{x^2-16}+1 \Leftrightarrow x^2-9=x^2-16+2\sqrt{x^2-16}+1$$

$$\Leftrightarrow 3=\sqrt{x^2-16} \Leftrightarrow x^2-25=0 \Leftrightarrow x=\pm 5 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=5$ hoặc $x=-5$.

Câu 2. Giải phương trình $\sqrt{x^2-x+1}+\sqrt{x^2+x+1}=\sqrt{4-x}$.

HD:

ĐK $x \leq 4$.

$$\sqrt{x^2-x+1}=\sqrt{4-x}-\sqrt{x^2+x+1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4-x}-\sqrt{x^2+x+1} \geq 0 \\ 4+x=2\sqrt{(4-x)(x^2+x+1)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x-3 \leq 0 \\ 4x^3-11x^2-4x=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 1 \\ x=0 \\ 4x^2-11x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{11-\sqrt{185}}{8} \end{cases}$$

Câu 3. Giải phương trình $\sqrt{2x+1}+\sqrt{3-x}=\sqrt{3x+5}$.

HD:

Điều kiện : $2x+1 \geq 0; 3-x \geq 0; 3x+5 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 3$.

$$\text{Khi đó } \sqrt{2x+1}+\sqrt{3-x}=\sqrt{3x+5} \Leftrightarrow 2x+1+3-x+2\sqrt{(2x+1)(3-x)}=3x+5$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{(2x+1)(3-x)}=2x+1 \Leftrightarrow \sqrt{2x+1}(2\sqrt{3-x}-\sqrt{2x+1})=0. (*)$$

Trường hợp 1: $\sqrt{2x+1} \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$ (thỏa mãn).

Trường hợp 2: $x \neq -\frac{1}{2} \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 2\sqrt{3-x}-\sqrt{2x+1}=0 \Leftrightarrow 4(3-x)=2x+1 \Leftrightarrow x=\frac{11}{6}$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình có nghiệm $x=-\frac{1}{2}$ và $x=\frac{11}{6}$.

Câu 4. Giải phương trình $x^4 + 2x^2 + x\sqrt{2x^2 + 4} = 4$

HD:

Điều kiện $x \in \mathbb{R}$.

$$x^4 + 2x^2 + x\sqrt{2x^2 + 4} = 4 \Leftrightarrow x^2(x^2 + 2) + \sqrt{2}.x.\sqrt{x^2 + 2} - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x\sqrt{x^2 + 2})^2 + \sqrt{2}.x.\sqrt{x^2 + 2} - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow [x\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}] \cdot [x\sqrt{x^2 + 2} + 2\sqrt{2}] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{x^2 + 2} = \sqrt{2} & (2) \\ x\sqrt{x^2 + 2} = -2\sqrt{2} & (3). \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow x\sqrt{x^2 + 2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2(x^2 + 2) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 = -1 - \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \sqrt{-1 + \sqrt{3}} \\ x^2 = -1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

$$(3) \Leftrightarrow x\sqrt{x^2 + 2} = -2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2(x^2 + 2) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2 = -4 \Leftrightarrow x = -\sqrt{2} \\ x^2 = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \sqrt{3} - 1$ hoặc $x = -\sqrt{2}$.

Câu 5. Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 5x + 5} + x^2 = \sqrt{x + 2} - 3x - 2$.

HD:

Nhận xét

$$+ (x^2 + 5x + 5) - (x + 2) = x^2 + 4x + 3 = (x + 1)(x + 3) \text{ và } x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2) \text{ đồng thời}$$

$$\sqrt{x^2 + 5x + 5} + x^2 \neq 0.$$

Nên ta có cách biến đổi $\sqrt{x^2 + 5x + 5} - \sqrt{x + 2} = \frac{x^2 + 4x + 3}{\sqrt{x^2 + 5x + 5} + \sqrt{x + 2}}$ để làm xuất hiện nhân tử $x + 1$.

Giải:

$$\text{ĐK } x \geq \frac{-5 + \sqrt{5}}{2}.$$

$$(\sqrt{x^2 + 5x + 5} - \sqrt{x + 2}) + x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 4x + 3}{\sqrt{x^2 + 5x + 5} + \sqrt{x + 2}} + x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1) \left(\frac{x + 3}{\sqrt{x^2 + 5x + 5} + \sqrt{x + 2}} + x + 2 \right) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

$$(\text{Do } \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 + 5x + 5} + \sqrt{x + 2}} + x + 2 > 0, \forall x \geq \frac{-5 + \sqrt{5}}{2}).$$

HÌNH HỌC

Câu 10. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB và C là điểm chính giữa của cung AB. M là điểm bất kỳ trên cung BC, kẻ $CH \perp AM$.

a) Chứng minh ΔHCM vuông cân và OH là tia phân giác của $\angle COM$

b) Gọi I là giao điểm của OH với BC và D là giao điểm của MI với nửa đường tròn (O). Chứng minh $MC \parallel BD$.

HD:

a. Vì C là điểm chính giữa của \widehat{AB} nên: $\widehat{CMA} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AC} = 45^\circ$

$\Rightarrow \Delta HCM$ vuông cân tại H.

Do đó: $CH = HM$

Dễ thấy: $\Delta COH = \Delta MOH$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{COH} = \widehat{MOH}$

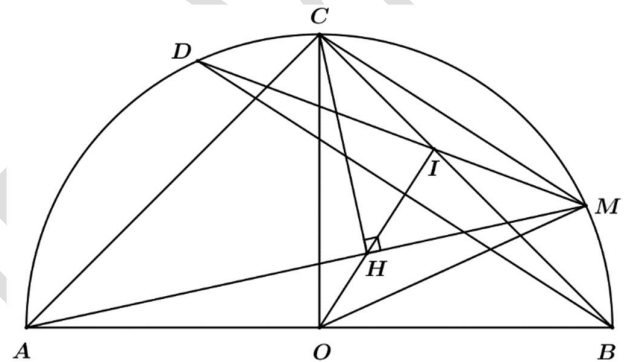
Vậy OH là phân giác của $\angle COM$.

b. Dễ thấy: $\Delta COI = \Delta MOI$ (c.g.c) $\Rightarrow CI = MI$ nên ΔCMI cân tại M.

Do đó: $\widehat{MCI} = \widehat{CMI}$

Lại có: $\widehat{CMD} = \widehat{CBD}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung \widehat{CD})

Suy ra: $\widehat{MCB} = \widehat{CBD}$, mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $MC \parallel BD$.



Câu 11. Qua điểm A ở ngoài đường tròn (O) kẻ hai cát tuyến ABC và ADE với đường tròn đó (B nằm giữa A và C, D nằm giữa A và E). Kẻ dây BF \parallel DE. Chứng minh rằng:

a) $\widehat{DBF} = \widehat{BCE}$

b) $\Delta ACE \sim \Delta DCF$

HD:

a. Ta có: $\widehat{DBF} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{DF} = \frac{1}{2} \text{sđ} (\widehat{BD} + \widehat{DE})$

Mặt khác $DE \parallel BF$ nên $\widehat{BD} = \widehat{EF}$.

Từ đó suy ra $\widehat{DBF} = \widehat{BCE}$.

b. Vì $BF \parallel DE$ nên $\widehat{CBF} = \widehat{CAE}$ (đồng vị).

Mà $\widehat{CBF} = \widehat{CDF}$ (góc nội tiếp chắn cung \widehat{CF})

$\Rightarrow \widehat{CDF} = \widehat{CAE}$ (1)

Lại có: $\widehat{CED} = \widehat{CFD}$ (góc nội tiếp cùng chắn \widehat{CD}) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\Delta ACE \sim \Delta DCF$ (g.g).

