# BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

## PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN, HỆ THỨC VI-ÉT (tiếp)

Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

**Họ và tên: ..........................................................Ngày học: ...................................................................**

**B. Bài tập**

### 1. Biện luận theo m nghiệm phương trình

### 2. Dấu của nghiệm

### 3. Hệ thức Vi-ét và biểu thức đối xứng giữa các nghiệm.

**Câu 14.** Cho phương trình $8x^2-72x+64=0$ Không giải phương trình, hãy tính:

a) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ b) $x_1^2+x_2^2$ c) $\frac{6x_1^2+10x_1x_2+6x_2^2}{5x_1x_1^3+5x_1^3x_2}$

**Câu 15.** Cho phương trình $mx^2-6(m-1)x+9(m-3)=0$ Tìm giá trị của tham số m để 2 nghiệm $x_1;x_2$ thoả mãn hệ thức: $x_1+x_2=x_1x_2$ .

**Câu 16.** Cho phương trình $x^2-mx+m-2=0$ (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m

b) Định m để hai nghiệm $x_1,x_2$ của (1) thỏa mãn $\frac{x_1^2-2}{x_1-1}.\frac{x_2^2-2}{x_2-1}=4$

**Câu 17.** Cho phương trình: $x^2-(m+5)x+3m+6=0$

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5.

**Câu 18.** Cho phương trình : $2x^2-3x+1=0$. Không giải phương trình, hãy tính:

a) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ b) $\frac{1-x_1}{x_1}+\frac{1-x_2}{x_2}$ c) $x_1^2+x_2^2$ d) $\frac{x_1}{x_2+1}+\frac{x_2}{x_1+1}$

**Câu 19.** Cho phương trình $x^2-4\sqrt{3}x+8=0$ có 2 nghiệm $x_1;x_2$ .

Không giải phương trình, tính $\dfrac{6x_1^2+10x_1x_2+6x_2^2}{5x_1x_1^3+5x_1^3x_2}$

**Câu 20.** Cho phương trình $x^2+x-2+\sqrt{2}=0$ có hai nghiệm $x_1, x_2$.

Tính giá trị của biểu thức $x_1^3+x_2^3$.

**Câu 21.** Cho phương trình : $x^2-(2m+1)x+m^2+2=0$.

Tìm *m* để 2 nghiệm $x_1$ và $x_2$ thoả mãn hệ thức : $3x_1x_2-5\left(x_1+x_2\right)+7=0$

**Câu 22.** Cho phương trình : $mx^2-6(m-1)x+9(m-3)=0$

Tìm giá trị của tham số *m* để 2 nghiệm $x_1$ và $x_2$ thoả mãn hệ thức $x_1+x_2=x_1.x_2$

**Câu 23.** Cho phương trình: $x^2+5x+m-2=0$ (m là tham số).

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thoả mãn: $\dfrac{1}{x_1-1}+\dfrac{1}{x_2-1}=2$.

**Câu 24.** Cho phương trình $x^2-\text{ax}-1=0$. Tìm m sao cho phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2$ thỏa mãn $\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(x_2^2-x_1^2\right)^2}=2\sqrt{10}$.

**Câu 25.** Cho phương trình bậc hai $x^2-2x+m+3=0$ ( m là tham số).

a) Tìm m để phương trình có nghiệm $x=-1$. Tìm nghiệm còn lại.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ thỏa mãn hệ thức $x_1^3+x_2^3=8$.

### 4. Hệ thức Vi-ét và biểu thức không đối xứng giữa các nghiệm.

**Câu 26**. Cho phương trình $3x^2-(3m-2)x-\left(3m+1\right)=0$ .

Tìm m để 2 nghiệm $x_1$ và $x_2$ thoả mãn hệ thức $3x_1-5x_2=6$.

**Câu 27**. Cho phương trình $\mathrm{x}^2-2\mathrm{x}+\mathrm{m}-5=0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với m = 1.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ thỏa mãn $2x_1+3x_2=7$.

**Câu 28**. Cho phương trình $x^2-2\left(m-1\right)x-2m=0$, với m là tham số. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Gọi $x_1$ và $x_2$ là hai nghiệm của phương trình, tìm tất cả các giá trị của m sao cho $x_1^2+x_1-x_2=5-2m$.

**Câu 29**. Tìm m để phương trình: $x^2+5x+3m-1=0$ (x là ẩn, m là tham số) có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1^3 - x_2^3 + 3x_1x_2 = 75$.

**Câu 30.** Cho phương trình $x^2 - x + m + 1 = 0$ (m là tham số)

a) Tìm các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt

b) Gọi $x_1$, $x_2$ là 2 nghiệm phân biệt của phương trình.

Tìm các giá trị của m sao cho $x_1{}^2 + x_1x_2 + 3x_2 = 7$

**Câu 31**. Cho phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 - 1 = 0$ ( m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 5$

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn

$(x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_2 + 1) = 1$

**Câu 32**. Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ $(1)$, với $m$ là tham số

a) Giải phương trình (1) với $m = 2$.

b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi $m$. Gọi $x_1, x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1), lập phương trình bậc hai nhận $x_1^3 - 2mx_1^2 + m^2x_1 - 2$ và $x_2^3 - 2mx_2^2 + m^2x_2 - 2$ là nghiệm.

**Câu 33.** Tìm m để phương trình : $mx^2 + 2(m-1)x + m - 2 = 0$ (I) có hai nghiệm thoả mãn $3x_1 - x_2 = 2$.

### 5. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức chứa nghiệm.

**Câu 34**.

a) Cho biểu thức $S = \dfrac{x+2}{x^2+x+1}$. Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của S.

b) Cho $P = \dfrac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}$. Tìm tất cả các số thực x sao cho giá trị của P là một số nguyên.

**Câu 35**. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị bé nhất của hàm số $y = \dfrac{4x-3}{x^2+1}$. Từ đó đưa ra hướng giải bài toán tìm x bất kì sao cho y nguyên.

**Câu 36**. Cho phương trình $x^2 - (2m+5)x + 2m + 1 = 0$ $(1)$, với x là ẩn, $m$ là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = -\frac{1}{2}$.

b) Tìm các giá trị của $m$ để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt $x_1, x_2$ sao cho biểu thức $P = \left|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 37**. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$.(m là tham số) (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 0$

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1$; $x_2$ sao cho biểu thức $\left|\frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2}\right|$ đạt GTNN.

**Câu 38**. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ $(1)$. ($x$ là ẩn).

a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi $m$.

b) Gọi $x_1, x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1).

Tìm $m$ để biểu thức $M = \frac{-24}{2mx_1 + x_2^2 - 6x_1x_2 - m + 2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 39**. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 2 = 0$.

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm $x_1, x_2$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{6(x_1 + x_2)}{x_1^2 + x_2^2 + 4(x_1 + x_2)}$.

**Câu 40**. Cho phương trình: $2x^2 - 2mx + m^2 - 2 = 0$ $(1)$, với $m$ là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

b) Tìm các giá trị của $m$ đê phương trình (1) có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thỏa mãn hệ thức: $A = |2x_1x_2 - x_1 - x_2 - 4|$ đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 41**. Cho phương trình $x^2 - (2m+5)x + 2m + 1 = 0$ $(1)$, với x là ẩn, $m$ là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = -\frac{1}{2}$.

b) Tìm các giá trị của $m$ để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt $x_1, x_2$ sao cho biểu thức $P = \left|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

# BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
## TỔNG HỢP VỀ HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

**Họ và tên:** ...........................................................**Ngày học:** ...................................................................

**Câu 1.** Chứng minh trong một tam giác bất kì, $9$ điểm sau: "$3$ điểm là chân các đường cao, $3$ điểm là trung điểm các cạnh, $3$ điểm là trung điểm các đoạn thẳng nối trực tâm với ba đỉnh" nằm trên một đường tròn. Đường tròn này gọi là đường tròn Ơ-le.

**Câu 2.** Cho $\Delta ABC$ nhọn, đường cao AD và BE. Gọi $I \in AD$ và $Q \in BE$ sao cho $\widehat{BIC} = \widehat{AJC} = 90^0$.

a) Chứng minh: $CA.CE = CD.CB$

b) Chứng minh: $\Delta IJC$ là tam giác cân

c) BI cắt AJ tại K. Chứng minh: $CK \perp IJ$

**Câu 3.** Cho hình vuông ABCD. I là một điểm thuộc BC. AI cắt CD tại M. Kẻ DH và BK cùng vuông góc với AI.

a) Chứng minh: $AH = BK$.

b) Chứng minh: DH.AI luôn không đổi khi I di động trên cạnh BC.

**Câu 4.** Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). M là một điểm bất kỳ thuộc cung nhỏ AC. Tia $AM$ cắt BC tại N. Chứng minh rằng: $AB^2 = AM.AN$

**Câu 5.** Cho tam giác $ABC\left(AB = AC\right)$. Cạnh $AB, BC, CA$ tiếp xúc với đường tròn (O) tại các điểm $D, E, F$. $BF$ cắt $\left(O\right)$ tại $I, DI$ cắt $BC$ tại $M$. Chứng minh:

a)Tam giác $DEF$ có ba góc nhọn. b) $DF//BC$. c) $\dfrac{BD}{CB} = \dfrac{BM}{CF}$

**Câu 6.** Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Từ một điểm M ở ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Qua A, kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E (E khác A), đường thẳng ME cắt đường tròn tại F (F khác E), đường thẳng AF cắt MO tại N, H là giao điểm của MO và AB.

a) Chứng minh: $MN^2 = NF.NA$ và $MN = NH$.

b) Chứng minh: $\dfrac{HB^2}{HF^2} - \dfrac{EF}{MF} = 1$.

**Câu 7.** Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB$ và điểm E tùy ý trên nửa đường tròn đó (E khác A,B). Lấy điểm $H$ thuộc đoạn $EB\,(H$ khác $E, B)$. Tia AH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là $F$. Kéo dài tia $AE$ và $BF$ cắt nhau tại I. Đường cao $IH$ cắt nửa đường tròn tại P và cắt $AB$ tại K

a) Chứng minh tứ giác $IEHF$ nội tiếp được đường tròn

b) Chứng min $\widehat{AIH} = \widehat{ABE}$

c) Chứng minh $\cos\widehat{ABP} = \dfrac{PK + BK}{PA + PB}$

d) Gọi S là giao điểm của tia $BF$ và tiếp tuyến tại A của nửa đường tròn $(O)$. Khi tứ giác $AHIS$ nội tiếp được đường tròn. Chứng minh $EF \perp EK$.