

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**  
**HỆ THỨC VI-ÉT (tiếp)**  
**Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng**

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**B. Bài tập**

1. Biện luận theo m nghiệm phương trình

2. Dấu của nghiệm

3. Hệ thức Vi-ét và biểu thức đối xứng giữa các nghiệm.

4. Hệ thức Vi-ét và biểu thức không đối xứng giữa các nghiệm.

**Câu 27.** Cho phương trình  $x^2 - 2x + m - 5 = 0$  (m là tham số)

a) Giải phương trình với  $m = 1$ .

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $2x_1 + 3x_2 = 7$ .

**Câu 28.** Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x - 2m = 0$ , với m là tham số. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hai nghiệm của phương trình, tìm tất cả các giá trị của m sao cho  $x_1^2 + x_1 - x_2 = 5 - 2m$ .

**Câu 29.** Tìm m để phương trình:  $x^2 + 5x + 3m - 1 = 0$  (x là ẩn, m là tham số) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^3 - x_2^3 + 3x_1x_2 = 75$ .

**Câu 30.** Cho phương trình  $x^2 - x + m + 1 = 0$  (m là tham số)

a) Tìm các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt

b) Gọi  $x_1, x_2$  là 2 nghiệm phân biệt của phương trình.

Tìm các giá trị của m sao cho  $x_1^2 + x_1x_2 + 3x_2 = 7$

**Câu 31.** Cho phương trình  $x^2 - (2m+1)x + m^2 - 1 = 0$  (m là tham số)

a) Giải phương trình với  $m = 5$

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn

$$(x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_2 + 1) = 1$$

**Câu 32.** Cho phương trình  $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$  (1), với  $m$  là tham số

- a) Giải phương trình (1) với  $m = 2$ .
- b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ . Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1), lập phương trình bậc hai nhận  $x_1^3 - 2mx_1^2 + m^2x_1 - 2$  và  $x_2^3 - 2mx_2^2 + m^2x_2 - 2$  là nghiệm.

**Câu 33.** Tìm  $m$  để phương trình:  $mx^2 + 2(m-1)x + m - 2 = 0$  (I) có hai nghiệm thỏa mãn  $3x_1 - x_2 = 2$ .

### 5. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức chứa nghiệm.

**Câu 34.**

a) Cho biểu thức  $S = \frac{x+2}{x^2+x+1}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của S.

b) Cho  $P = \frac{\sqrt{x+2}}{x+\sqrt{x+1}}$ . Tìm tất cả các số thực  $x$  sao cho giá trị của P là một số nguyên.

**Câu 35.** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị bé nhất của hàm số  $y = \frac{4x-3}{x^2+1}$ . Từ đó đưa ra hướng giải bài toán tìm  $x$  bất kì sao cho  $y$  nguyên.

**Câu 36.** Cho phương trình  $x^2 - (2m+5)x + 2m+1 = 0$  (1), với  $x$  là ẩn,  $m$  là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi  $m = -\frac{1}{2}$ .

b) Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho biểu thức

$P = \left| \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} \right|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 37.** Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ . ( $m$  là tham số) (1)

a) Giải phương trình (1) khi  $m = 0$

b) Tìm  $m$  để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho biểu thức  $\left| \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} \right|$  đạt GTNN.

**Câu 38.** Cho phương trình:  $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$  (1). ( $x$  là ẩn).

a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

b) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1).

Tìm  $m$  để biểu thức  $M = \frac{-24}{2mx_1 + x_2^2 - 6x_1x_2 - m + 2}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 39.** Cho phương trình  $x^2 - 2mx + 2m - 2 = 0$ .

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm  $x_1, x_2$ .

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $A = \frac{6(x_1 + x_2)}{x_1^2 + x_2^2 + 4(x_1 + x_2)}$ .

**Câu 40.** Cho phương trình:  $2x^2 - 2mx + m^2 - 2 = 0$  (1), với  $m$  là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi  $m = 2$ .

b) Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn hệ thức:

$A = |2x_1x_2 - x_1 - x_2 - 4|$  đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 41.** Cho phương trình  $x^2 - (2m+5)x + 2m+1 = 0$  (1), với  $x$  là ẩn,  $m$  là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi  $m = -\frac{1}{2}$ .

b) Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho biểu thức

$P = |\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**  
**TỔNG HỢP VỀ HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG**

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Câu 1.** Tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao AD và CE cắt nhau tại H. Tia BO cắt (O) tại M, gọi I là giao của BM và DE, K là giao của AC và HM

- Chứng minh các tứ giác AEDC và CMID nội tiếp
- Chứng minh OK vuông góc với AC
- Cho góc  $AOK = 60^\circ$ . Chứng minh tam giác HBO cân

**Câu 2.** Cho hai đường tròn  $(O_1)$  và  $(O_2)$  cắt nhau tại A và B, tiếp tuyến chung với hai đường tròn gần B hơn, có tiếp điểm thứ tự là E và F. Qua A kẻ cát tuyến song song với EF cắt hai đường tròn  $(O_1)$  và  $(O_2)$  thứ tự tại C, D. Đường thẳng CE và DF cắt nhau ở I. Chứng minh:

- $\triangle IEF = \triangle AEF$
- IA vuông góc với CD
- Tứ giác IEBF nội tiếp
- Đường thẳng AB đi qua trung điểm của EF

**Câu 3.** Từ điểm M nằm ngoài  $(O; R)$  vẽ hai tiếp tuyến MA và MB (A và B là các tiếp điểm), và một cát tuyến MCD (theo thứ tự ấy). Gọi I là trung điểm của CD. Gọi E, F, K lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các đường thẳng MO, MD, OI

- Chứng minh  $R^2 = OE \cdot OM = OI \cdot OK$
- Chứng minh năm điểm M, A, B, O, I cùng thuộc một đường tròn
- Khi cung CAD nhỏ hơn cung CBD. Chứng minh góc  $DEC = 2 \cdot \text{góc } DBC$

**Câu 4.** Cho hai đường tròn  $(O_1)$  và  $(O_2)$  cắt nhau tại P và Q, tiếp tuyến chung với hai đường tròn gần P hơn, có tiếp điểm với  $(O_1)$  và  $(O_2)$  thứ tự là A và B. Tiếp tuyến của  $(O_1)$  tại P cắt  $(O_2)$  tại điểm thứ hai D khác P. Đường thẳng AP cắt đường thẳng BD tại R. Hãy chứng minh.

- Góc  $QAP = \text{góc } QPD = \text{góc } QBD$  và bốn điểm A, Q, B, R cùng thuộc một đường tròn
- Tam giác BPR cân
- Đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR tiếp xúc với PB và RB

**Câu 5.** Cho hình vuông ABCD, điểm M thay đổi trên cạnh BC (M không trùng với B) và điểm N thay đổi trên cạnh CD (N không trùng với D) sao cho góc  $MAN = 45^\circ$ . BD cắt AN và AM tương ứng tại P và Q.

- Chứng minh tứ giác ABMP nội tiếp
- Chứng minh năm điểm P, Q, M, C, N cùng nằm trên một đường tròn
- Chứng minh đường thẳng MN luôn tiếp xúc với  $(A; AB)$  khi M và N thay đổi

d) Kí hiệu diện tích của tam giác APQ là  $S_1$  và diện tích của tứ giác PQMN là  $S_2$ . Chứng minh tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$

không đổi khi M và N thay đổi.

**Câu 6.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Nửa đường tròn đường kính AB cắt BC tại D. Trên cung AD lấy một điểm E. Đường thẳng BE cắt AC tại F

a) Chứng minh tứ giác CDEF nội tiếp

b) Kéo dài DE cắt AC ở K. Tia phân giác góc CKD cắt EF và CD tại M và N. Tia phân giác góc CBF cắt DE và CF tại P và Q. Chứng minh tam giác BEP đồng dạng với tam giác BCQ, và tam giác KPQ cân

c) Tứ giác MPNQ là hình gì? Vì sao?

d) Gọi  $r, r_1, r_2$  theo thứ tự là bán kính các đường tròn nội tiếp các tam giác ABC, ADB, ADC. Chứng minh  $r^2 = r_1^2 + r_2^2$ .