

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 12.11
Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

(10 điểm) Các con chụp ảnh vở ghi buổi học ngày 12.11 nộp kèm bài tập về nhà nhé!

ĐẠI SỐ

Câu 38. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (1). (x là ẩn).

a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).

Tìm m để biểu thức $M = \frac{-24}{2mx_1 + x_2^2 - 6x_1x_2 - m + 2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

HD:

a) Ta có: $\Delta' = m^2 - m + 2 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4} > 0, \forall m$

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 \end{cases}$

Vì x_1 là nghiệm của phương trình (1) nên $x_1^2 - 2mx_1 + m - 2 = 0 \Rightarrow x_1^2 = 2mx_1 - m + 2$

$$M = \frac{-24}{2mx_1 + x_2^2 - 6x_1x_2 - m + 2} = \frac{-24}{x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2} = \frac{-24}{(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2} = \frac{-24}{4m^2 - 8m + 16} = \frac{-24}{(2m - 2)^2 + 12}$$

$$\text{Ta có: } (2m - 2)^2 + 12 \geq 12 \Rightarrow \frac{24}{(2m - 2)^2 + 12} \leq \frac{24}{12} = 2 \Rightarrow \frac{-24}{(2m - 2)^2 + 12} \geq -2.$$

Dấu “=” xảy ra khi $m = 1$.

Vậy $M_{\min} = -2$ khi $m = 1$.

HÌNH HỌC

Câu 5. Cho hình vuông ABCD, điểm M thay đổi trên cạnh BC (M không trùng với B) và điểm N thay đổi trên cạnh CD (N không trùng với D) sao cho góc MAN = 45°. BD cắt AN và AM tương ứng tại P và Q.

- Chứng minh tứ giác ABMP nội tiếp
- Chứng minh năm điểm P, Q, M, C, N cùng nằm trên một đường tròn
- Chứng minh đường thẳng MN luôn tiếp xúc với (A; AB) khi M và N thay đổi
- Kí hiệu diện tích của tam giác APQ là S_1 và diện tích của tứ giác PQMN là S_2 . Chứng minh tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$

không đổi khi M và N thay đổi.

HD:

- Góc PAM = góc PBM = 45°
- Từ câu a suy ra góc APM = 180° – góc ABM = 90°.

Tương tự góc AQN = 90°.

Từ đó năm điểm P, Q, M, C, N cùng nằm trên một đường tròn

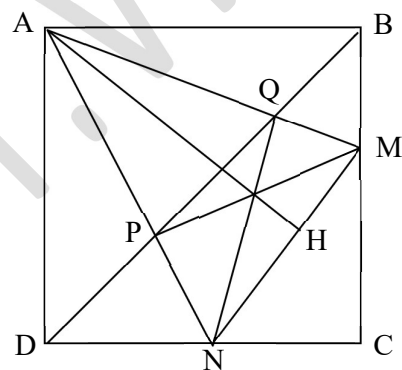
- Kẻ AH vuông góc với MN.

Góc AMH = góc APQ = góc AMB.

Nên $\Delta AMH = \Delta AMB$ (cạnh huyền – góc nhọn), suy ra AH = AB. Suy ra đpcm

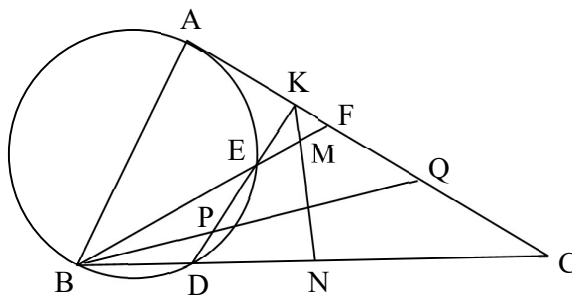
- Tam giác APQ đồng dạng với tam giác AMN nên $S_{APQ} : S_{AMN} = (AP : AM)^2 = \cos^2(45^\circ) = \frac{1}{2}$.

Từ đó $S_1 = S_2$



Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A. Nửa đường tròn đường kính AB cắt BC tại D. Trên cung AD lấy một điểm E. Đường thẳng BE cắt AC tại F

- Chứng minh tứ giác CDEF nội tiếp
- Kéo dài DE cắt AC ở K. Tia phân giác góc CKD cắt EF và CD tại M và N. Tia phân giác góc CBF cắt DE và CF tại P và Q. Chứng minh tam giác BEP đồng dạng với tam giác BCQ, và tam giác KPQ cân
- Tứ giác MPNQ là hình gì? Vì sao?
- Gọi r, r_1, r_2 theo thứ tự là bán kính các đường tròn nội tiếp các tam giác ABC, ADB, ADC. Chứng minh $r^2 = r_1^2 + r_2^2$.



HD:

a) Vì góc $BED =$ góc $DCF (=$ góc $BAD)$, suy ra đpcm

b) Tam giác BEP đồng dạng với tam giác BCQ (g. g).

Suy ra góc $BPE =$ góc BQC nên góc $KPQ =$ góc KQP nên tam giác KPQ cân

c) Tam giác KPQ cân tại K nên phân giác góc K đồng thời là trung tuyến và đường cao của tam giác KPQ . Có nghĩa là MN là đường trung trực của đoạn PQ . Hoàn toàn tương tự PQ là đường trung trực của MN . Từ đó tứ giác $MPNQ$ là hình thoi

d) Ta chứng minh được các tam giác ABC, DBA, DAC đồng dạng. Áp dụng tính chất tỉ số bán kính

đường tròn nội tiếp hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng, ta suy ra $\frac{r}{BC} = \frac{r_1}{AB} = \frac{r_2}{AC} \Leftrightarrow$

$$\frac{r^2}{BC^2} = \frac{r_1^2}{AB^2} = \frac{r_2^2}{AC^2} \Rightarrow \frac{r^2}{BC^2} = \frac{r_1^2 + r_2^2}{BC^2} \Leftrightarrow \text{đpcm.}$$