BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI, HỆ THỨC VI-ÉT (tiếp)
Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

5. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức chứa nghiệm.

Câu 34.

a) Cho biểu thức $S=\dfrac{x+2}{x^2+x+1}$. Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của S.

b) Cho $P=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}$. Tìm tất cả các số thực x sao cho giá trị của P là một số nguyên.

Câu 35. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị bé nhất của hàm số $y=\dfrac{4x-3}{x^2+1}$. Từ đó đưa ra hướng giải bài toán tìm x bất kì sao cho y nguyên.

Câu 36. Cho phương trình $x^2-(2m+5)x+2m+1=0\ (1)$, với x là ẩn, m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m=-\dfrac{1}{2}$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1,x_2 sao cho biểu thức $P=\left|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 37. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+2m-3=0$.(m là tham số) (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m=0$

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1; x_2 sao cho biểu thức $\left|\dfrac{x_1+x_2}{x_1-x_2}\right|$ đạt GTNN.

Câu 38. Cho phương trình: $x^2-2mx+m-2=0\ (1)$. (x là ẩn).

a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).

Tìm m để biểu thức $M=\dfrac{-24}{2mx_1+x_2^2-6x_1x_2-m+2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 39. Cho phương trình $x^2-2mx+2m-2=0$.

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm x_1,x_2.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\dfrac{6(x_1+x_2)}{x_1^2+x_2^2+4(x_1+x_2)}$.

Câu 40. Cho phương trình: $2x^2 - 2mx + m^2 - 2 = 0$ (1), với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

b) Tìm các giá trị của m đê phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức:

$A = |2x_1x_2 - x_1 - x_2 - 4|$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 41. Cho phương trình $x^2 - (2m+5)x + 2m + 1 = 0$ (1), với x là ẩn, m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = -\frac{1}{2}$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức

$P = \left|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 42. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 1 = 0$

a) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm dương.

b) Gọi $x_1 \le x_2$ là hai nghiệm dương của pt. Tính $A = \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}$. Tìm GTNN của $B = x_1 + x_2 + \frac{1}{x_1 + x_2}$

Câu 43. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (1)

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương.

b) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm dương của phương trình (1). Tìm m nguyên dương để $A = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2$ có giá trị nguyên.

Câu 44. Cho p là số tự nhiên khác 0. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + 5px - 1 = 0$; $x_3; x_4$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 + 4px - 1 = 0$. Chứng minh rằng tích $(x_1 - x_3)(x_2 - x_3)(x_1 + x_4)(x_2 + x_4)$ là một số chính phương.

Câu 45. Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \ne 0)$ có hai nghiệm thuộc đoạn [0 ; 2].

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{8a^2 - 6ab + b^2}{4a^2 - 2ab + ac}$.

Câu 46. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$, với m là tham số (1).

a) Chứng minh rằng phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $0 \le m \le 1$.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).

+ Chứng minh $|x_1 + x_2 + x_1x_2| \le \frac{9}{8}$.

+ Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 1$.

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
TỔNG ÔN VỀ GÓC NỘI TIẾP

Họ và tên: ....Ngày học: ....

Câu 1. Cho hình vuông ABCD, điểm M thay đổi trên cạnh BC (M không trùng với B) và điểm N thay đổi trên cạnh CD (N không trùng với D) sao cho góc MAN $=45^0$. BD cắt AN và AM tương ứng tại P và Q.

a) Chứng minh tứ giác ABMP nội tiếp

b) Chứng minh năm điểm P, Q, M, C, N cùng nằm trên một đường tròn

c) Chứng minh đường thẳng MN luôn tiếp xúc với (A; AB) khi M và N thay đổi

d) Kí hiệu diện tích của tam giác APQ là S_1 và diện tích của tứ giác PQMN là S_2. Chứng minh tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ không đổi khi M và N thay đổi.

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Nửa đường tròn đường kính AB cắt BC tại D. Trên cung AD lấy một điểm E. Đường thẳng BE cắt AC tại F

a) Chứng minh tứ giác CDEF nội tiếp

b) Kéo dài DE cắt AC ở K. Tia phân giác góc CKD cắt EF và CD tại M và N. Tia phân giác góc CBF cắt DE và CF tại P và Q. Chứng minh tam giác BEP đồng dạng với tam giác BCQ, và tam giác KPQ cân

c) Tứ giác MPNQ là hình gì? Vì sao?

d) Gọi r, r_1, r_2 theo thứ tự là bán kính các đường tròn nội tiếp các tam giác ABC, ADB, ADC. Chứng minh $r^2 = r_1^2 + r_2^2$

Câu 3. Cho hai đường tròn (O; R) và (O’; R’) cắt nhau tại A và B . Vẽ cát tuyến CAD vuông góc với AB . Tia CB cắt (O’) tại E, tia BD cắt (O) tại F. Chứng minh rằng:

a) $\angle CAF = \angle DAE$

b) AB là tia phân giác của $\angle EAF$

c) CA.CD = CB.CE

d) CD^2 = CB.CE + BD.CF

Câu 4. Cho đường tròn (O; R) và một điểm M bên trong đường tròn đó. Qua M kẻ hai dây cung AB và CD vuông góc với nhau (C thuộc cung nhỏ AB). Vẽ đường kính DE. Chứng minh rằng:

a) MA.MB = MC.MD.

b) Tứ giác ABEC là hình thang cân.

c) Tổng có giá trị không đổi khi M thay đổi vị trí trong đường tròn (O).

Câu 5. Cho ΔABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). M là một điểm bất kỳ thuộc cung nhỏ AC. Tia AM cắt BC tại N. Chứng minh rằng:

a) AB^2 = AM.AN

b) ∠ACM = ∠ANC

Câu 6. Cho ΔABC có AD là tia phân giác trong của góc A. Qua D kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC ở E và đường thẳng song song với AC cắt AB ở F.

a) Tứ giác AEDF là hình gì? Vì sao?

b) Đường tròn đường kính AD cắt AB và AC lần lượt tại các điểm M và N. Chứng minh: MN // EF.

Câu 7. Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') tiếp xúc trong với nhau tại A, (R > R'). Qua điểm B bất kỳ trên (O') vẽ tiếp tuyến với (O') cắt (O) tại hai điểm M và N, AB cắt (O) tại C. Chứng minh rằng:

a) MN ⊥ OC

b) AC là tia phân giác của ∠MAN

Câu 8. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB và C là điểm chính giữa cung AB. M là điểm bất kỳ trên cung BC, kẻ CH ⊥ AM.

a) Chứng minh ΔHCM vuông cân và OH là tia phân giác của ∠COM

b) Gọi I là giao điểm của OH với BC và D là giao điểm của MI với nửa đường tròn (O). Chứng minh MC // BD.

Câu 9. Qua điểm M nằm trong đường tròn (O) kẻ hai dây AB và CD vuông góc với nhau. Chứng minh rằng:

a) Đường cao MH của tam giác AMD đi qua trung điểm I của BC.

b) Đường trung tuyến MI của ΔBMC vuông góc với AD.

Câu 10. Cho AB và CD là hai đường kính vuông góc với nhau của đường tròn (O; R). Qua điểm M thuộc cung nhỏ AC (M ≠ A, M ≠ E)kẻ tiếp tuyến với đường tròn cắt AB, CD lần lượt tại E, F.

a) Chứng minh: ∠MFO = 2.∠MBO

b) Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ AC sao cho ∠FEO = 30^o. Khi đó tính độ dài đoạn thẳng OE, ME, EF theo R.