BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 19.11

Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

(10 điểm) Các con chụp ảnh vở ghi buổi học ngày 19.11 nộp kèm bài tập về nhà nhé!

ĐẠI SỐ

Câu 39. Cho phương trình $x^2-2mx+2m-2=0$.

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\dfrac{6(x_1+x_2)}{x_1^2+x_2^2+4(x_1+x_2)}$.

HD:

a) $\Delta'=m^2-2m+2=(m-1)^2+1>0, \forall m$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $\forall m$.

b) Áp dụng định lí Viet: $x_1+x_2=2m; x_1x_2=2m-2$.

$A=\dfrac{6(x_1+x_2)}{{x_1}^2+{x_2}^2+4(x_1+x_2)}$ hay $A=\dfrac{3m}{m^2+m+1}$.

Cách 1: Để A có GTLN thì $A=\dfrac{3m}{m^2+m+1}$ có nghiệm m hay $Am^2+m(A-3)+A=0$ có nghiệm.

Do đó:

$$\Delta=(A-3)^2-4A^2\ge 0 \Rightarrow -3A^2-6A+9\ge 0 \Rightarrow A^2+2A-3\le 0$$
$$\Rightarrow (A-1)(A+3)\le 0 \Rightarrow -3\le A\le 1$$

A=1 khi $\Delta=0 \Rightarrow m=\dfrac{3-A}{2A}=\dfrac{3-1}{2}=1$.

Vậy A có GTLN là 1 khi m=1.

Cách 2: Sau khi nháp cách 1.

$$A=1-\frac{(m-1)^2}{m^2+m+1}\le 1$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $m=1$.

Vậy $\max A=1$ khi $m=1$.

Câu 40. Cho phương trình: $2x^2-2mx+m^2-2=0\ (1)$, với *m* là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi *m = 2.*

b) Tìm các giá trị của *m* để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1,\ x_2$ thỏa mãn hệ thức:

$A=|2x_1x_2-x_1-x_2-4|$ đạt giá trị lớn nhất.

HD:

a) m=2 nên $2x^2-4x+2=0\Rightarrow x^2-2x+1=0$: Phương trình có nghiệm kép $x_1=x_2=1$.

b) Phương trình $2x^2-2mx+m^2-2=0\ (1)$ có hai nghiệm

$x_1,x_2\Leftrightarrow \Delta'\ge 0\Leftrightarrow m^2-2(m^2-2)\ge 0\Leftrightarrow m^2-4\le 0\Leftrightarrow (m-2)(m+2)\le 0$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m-2\ge 0\\ m+2\le 0\end{cases}\\ \begin{cases}m-2\le 0\\ m+2\ge 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\ge 2\\ m\le -2\end{cases}(l)\\ \begin{cases}m\le 2\\ m\ge -2\end{cases}(n)\end{array}\right.\Leftrightarrow \begin{cases}m\le 2\\ m\ge -2\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m\le 2.$$

Theo định lý Viet ta có : $\begin{cases}x_1+x_2=m\\ x_1.x_2=\dfrac{m^2-2}{2}\end{cases}$

Ta có $A=\left|2.\dfrac{m^2-2}{2}-m-4\right|=|m^2-m-6|=\left|\left(m^2-m+\dfrac{1}{4}\right)-\dfrac{25}{4}\right|=\left|\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{25}{4}\right|$

Vì $-2\le m\le 2\Rightarrow -\dfrac{5}{2}\le m-\dfrac{1}{2}\le \dfrac{3}{2}\Rightarrow 0\le \left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2\le \dfrac{25}{4}\Rightarrow -\dfrac{25}{4}\le \left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{25}{4}\le 0$

$\Rightarrow 0\le \left|\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{25}{4}\right|\le \dfrac{25}{4}\Rightarrow 0\le A\le \dfrac{25}{4}$.

Dấu "=" xảy ra khi $m-\dfrac{1}{2}=0\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy giá trị lớn nhất của A là $\dfrac{25}{4}$, khi $m=\dfrac{1}{2}$.

HÌNH HỌC

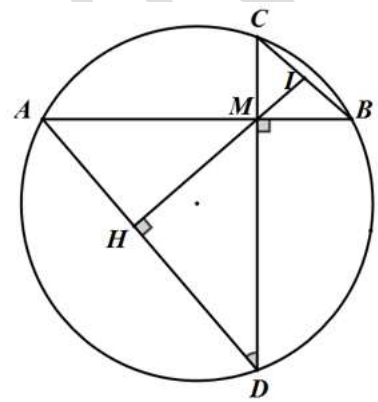
Câu 9. Qua điểm M nằm trong đường tròn (O) kẻ hai dây AB và CD vuông góc với nhau. Chứng minh rằng:

a) Đường cao MH của tam giác AMD đi qua trung điểm I của BC.

b) Đường trung tuyến MI của ΔBMC vuông góc với AD.

HD:

a) Chứng minh Đường cao MH của tam giác AMD đi qua trung điểm I của BC .



Ta có $\widehat{ADC}=\widehat{ABC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC). (1)

Lại có $\widehat{AMH}=\widehat{ADC}$ (cùng phụ với $\widehat{MAD}$)

Mà $\widehat{AMH}=\widehat{IMB}$ (đối đỉnh) => $\widehat{IBM}=\widehat{IMB}$ (2)

Do đó tam giác IMB cân tại I, nên IM = IB.

Chứng minh tương tự ta có: IM = IC ,suy ra IB = IC = IM .

=> I là trung điểm của BC.

b) Đường trung tuyến MI của ΔBMC vuông góc với AD.

+ MI là trung tuyến tam giác vuông BMC nên IM=IB, suy ra: $\widehat{IBM}=\widehat{IMB}$

Mà $\widehat{AMH}=\widehat{IMB}$, $\widehat{IBM}=\widehat{CBA}=\widehat{MDA}$ (góc nôi tiếp cùng chắn cung AC).

Suy ra $\widehat{AMH}=\widehat{MDA}\Rightarrow\widehat{AMH}+\widehat{MAH}=\widehat{MDA}+\widehat{MAH}=90^0\Rightarrow MH\perp AD$.

Câu 10. Cho AB và CD là hai đường kính vuông góc với nhau của đường tròn (O; R). Qua điểm M thuộc cung nhỏ AC (M ≠ A, M ≠ E) kẻ tiếp tuyến với đường tròn cắt AB, CD lần lượt tại E, F.

a) Chứng minh: $\angle MFO = 2.\angle MBO$

b) Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ AC sao cho $\angle FEO = 30^o$. Khi đó tính độ dài đoạn thẳng OE, ME, EF theo R.

HD:

a) Ta có: $\widehat{MOA}=2.\widehat{MBO}$ (Góc ở tâm- góc nội tiếp).

Vì EF là tiếp tuyến với (O) tại M nên OM ⊥ EF.

Ta có $\widehat{MOA} = \widehat{EFO}$ (cùng phụ với góc FEO).

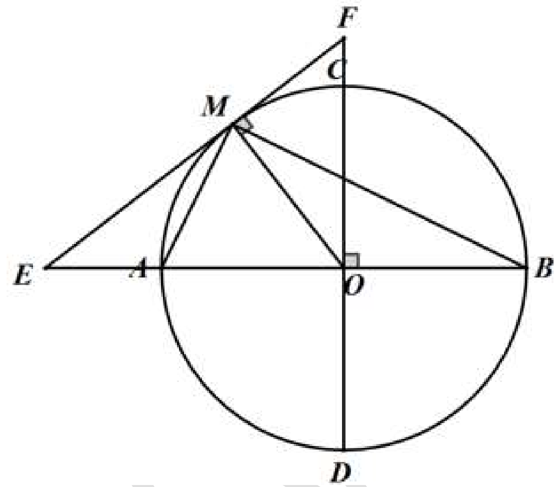
Suy ra $\widehat{EFO} = 2.\widehat{MBO}$.

b) Tính độ dài đoạn thẳng OE, ME, EF theo R.

Ta có: $\hat{E} = 30^0 \Leftrightarrow \widehat{MOA} = 60^0$ nên ΔAOM đều:

AM = OA = R.

Vậy nếu M ∈ (O) và AM = R thì $\hat{E} = 30^0$.



Khi đó ΔOME vuông tại M nên ME = MO. tan$\widehat{MOA}$ = $\sqrt{3}$ R ; OE = 2MO = 2R.

Vì ΔEOF vuông tại O nên cos$\widehat{FEO}$ = EO/EF => EF = EO/cos$\widehat{FEO}$ = 2R / cos30° = 4R$\sqrt{3}$/3.