

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

CÂU ĐIỂM 10 HỌC KÌ 1

Tài liệu lớp học trực tiếp 9A0.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho $a \geq 1; b \geq 9; c \geq 16$ thỏa mãn $a.b.c = 1152$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = bc\sqrt{a-1} + ca\sqrt{b-9} + ab\sqrt{c-16}$

Câu 2. Giải phương trình $x + 4\sqrt{x+3} + 2\sqrt{3-2x} = 11$

Câu 3. Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{ab+c} + \sqrt{bc+a} + \sqrt{ca+b}$

Câu 4. Cho $Q = \sqrt{x^2 - xy + y^2} + \sqrt{y^2 - yz + z^2} + \sqrt{z^2 - zx + x^2}$ với $x, y, z > 0$ và $x + y + z = 3$.

Chứng minh rằng $Q \geq 3$.

Câu 5. Cho $a, b, c > 0$ và $ab + bc + ca = 1$. Chứng minh rằng: $\sqrt{a^2 + 1} + \sqrt{b^2 + 1} + \sqrt{c^2 + 1} \leq 2(a + b + c)$.

Câu 6. Cho $x + y + xy = 8$. Tìm GTNN của $P = x^2 + y^2$.

Câu 7. Cho x, y, z là các số dương thay đổi thỏa mãn: $xy + yz + zx = 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 3x^2 + 3y^2 + z^2$.

Câu 8. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn: $ab + bc + ca = abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{a}{bc(a+1)} + \frac{b}{ca(b+1)} + \frac{c}{ab(c+1)}$.

Câu 9. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn: $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$ và $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 30$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y + z$.

Câu 10. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(a^3 + b^3 + c^3) + 15abc$.

Câu 11. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a - \sqrt{a} = \sqrt{b} - b$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = a^2 + b^2 + \frac{2020}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}$

Câu 12. Cho $x, y, z > 0$ và $xy + yz + xz = 3xyz$. Tính giá trị nhỏ nhất của:

$$A = \frac{x^2}{z(z^2 + x^2)} + \frac{y^2}{x(x^2 + y^2)} + \frac{z^2}{y(y^2 + z^2)}$$

Câu 13. Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{(1+a)(1+b)1+c}{(1-a)(1-b)1-c}$.

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
CÁC BÀI TOÁN CÓ YẾU TỐ CỰC TRỊ

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Qua điểm M nằm trong đường tròn (O) kẻ hai dây AB và CD vuông góc với nhau. Chứng minh rằng:

- Đường cao MH của tam giác AMD đi qua trung điểm I của BC.
- Đường trung tuyến MI của ΔBMC vuông góc với AD.

Câu 2. Cho AB và CD là hai đường kính vuông góc với nhau của đường tròn (O; R). Qua điểm M thuộc cung nhỏ AC ($M \neq A, M \neq E$) kẻ tiếp tuyến với đường tròn cắt AB, CD lần lượt tại E, F.

- Chứng minh: $\angle MFO = 2 \cdot \angle MBO$
- Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ AC sao cho $\angle FEO = 30^\circ$. Khi đó tính độ dài đoạn thẳng OE, ME, EF theo R.

Câu 3. Cho đường tròn (O) và một điểm P nằm trong đường tròn. Xác định dây AB đi qua P sao cho \widehat{OAB} có giá trị lớn nhất.

Câu 4. Cho đường tròn (O;R) và một điểm A nằm ngoài (O), $OA = d$. Một cát tuyến quay quanh A cắt đường tròn tại M và N (M nằm giữa A và N). Tìm giá trị lớn nhất của tổng $AM + AN$.

Câu 5. Cho tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn (O;R), D là một điểm di động trên cung nhỏ BC. Xác định vị trí của D sao cho tổng $DA + DB + DC$ lớn nhất.

Câu 6. Cho nửa đường tròn (O;R) đường kính AB. K là một điểm di động trên nửa đường tròn (K khác A, K khác B và K khác điểm chính giữa của cung AB) sao cho $AK < BK$. Gọi P là hình chiếu của K lên AB. Xác định vị trí của K để chu vi tam giác OPK lớn nhất.

Câu 7. Cho đường tròn (O) đường kính AB. Gọi I là trung điểm của OA. Vẽ đường tròn tâm I đi qua A, trên (I) lấy P bất kì, AP cắt (O) tại Q. Chứng minh rằng các đường tròn (I) và (O) tiếp xúc nhau tại A.

- Chứng minh $IP \parallel OQ$.
- Chứng minh rằng $AP = PQ$.
- Xác định vị trí của P để tam giác AQB có diện tích lớn nhất.

Câu 8. Cho đoạn thẳng AB và một điểm C nằm giữa A, B. Người ta kẻ trên nửa mặt phẳng bờ AB hai tia Ax và By vuông góc với AB và trên tia Ax lấy một điểm I. Tia vuông góc với CI tại C cắt tia By tại K. Đường tròn đường kính IC cắt IK tại P.

- Chứng minh tứ giác CPKB nội tiếp được .
- Chứng minh $AI.BK = AC.CB$
- Chứng minh tam giác APB vuông
- Giả sử A, B, I cố định. Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho diện tích hình thang vuông ABKI lớn nhất.

Câu 9. Cho nửa đường tròn đường kính $BC = 2R$. Từ điểm A trên nửa đường tròn vẽ $AH \perp BC$. Nửa đường tròn đường kính BH, CH lần lượt có tâm $O_1; O_2$ cắt AB, AC thứ tự tại D và E .Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác DEO_1O_2 đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị đó.

Câu 10. Cho đường tròn (O), đường kính AB cố định, điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI = \frac{2}{3}AO$.

Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I , gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B . Nối AC cắt MN tại E.

- Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp .
- Chứng minh hệ thức: $AM^2 = AE.AC$.
- Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Câu 11. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Vẽ AC, AD thứ tự là đường kính của hai đường tròn (O) và (O')

- Chứng minh ba điểm C, B, D thẳng hàng.
- Đường thẳng AC cắt đường tròn (O') tại E ; đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại F (E, F khác A). Chứng minh 4 điểm C, D, E, F cùng nằm trên một đường tròn.
- Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A cắt (O) và (O') thứ tự tại M và N . Xác định vị trí của d để $CM + DN$ đạt giá trị lớn nhất.