

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
CÂU ĐIỂM 10 HỌC KÌ 1 - BẤT ĐẲNG THỨC

Tài liệu lớp học zoom 9 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a - \sqrt{a} = \sqrt{b} - b$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = a^2 + b^2 + \frac{2020}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}$

Câu 2. Cho $x, y, z > 0$ và $xy + yz + xz = 3xyz$.

Tính giá trị nhỏ nhất của: $A = \frac{x^2}{z(z^2 + x^2)} + \frac{y^2}{x(x^2 + y^2)} + \frac{z^2}{y(y^2 + z^2)}$

Câu 3. Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{(1+a)(1+b)(1+c)}{(1-a)(1-b)(1-c)}$

Câu 4. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn: $xy + yz + xz = 1$. Tìm GTNN của biểu thức:

$$A = 10(x^2 + y^2) + z^2$$

Câu 5. Chứng minh bất đẳng thức với a, b, c dương.

$$\frac{1}{a^2 + bc} + \frac{1}{b^2 + ac} + \frac{1}{c^2 + ab} \leq \frac{a + b + c}{2abc}$$

Câu 6. Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = \sqrt{24a + 25} + \sqrt{24b + 25} + \sqrt{24c + 25}$.

Câu 7. Cho hai số $x, y > 0$ thỏa mãn điều kiện $2xy - 4 = x + y$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = xy + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$

Câu 8. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $xy > 2020x + 2021y$.

Chứng minh rằng: $x + y > (\sqrt{2020} + \sqrt{2021})^2$.

Câu 9. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn: $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$ và $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 30$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y + z$.

Câu 10. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 2.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(a^3 + b^3 + c^3) + 15abc$.

Câu 11. Cho x, y, z là các số thực dương và thỏa mãn điều kiện $x + y + z = xyz$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+z^2}}$.

Câu 12. Cho x, y là các số dương thỏa mãn: $xy = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = (x + y + 1)(x^2 + y^2) + \frac{4}{x + y}$.

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
ÔN THI HỌC KÌ 1

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho đường tròn (O), đường kính AB, điểm M thuộc đường tròn. Vẽ điểm N đối xứng với A qua M. BN cắt đường tròn ở C. Gọi E là giao điểm của AC và BM.

- Chứng minh rằng 4 điểm M, N, C, E cùng thuộc một đường tròn;
- Chứng minh $NE \perp AB$;
- Gọi F là điểm đối xứng với E qua M. Chứng minh rằng FA là tiếp tuyến của đường tròn (O);
- Chứng minh rằng FN là tiếp tuyến của đường tròn (O; BA).

Câu 2. Cho đường tròn (O; R) và điểm M cố định ngoài (O), kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là tiếp điểm).

- Chứng minh rằng bốn điểm M, A, O, B thuộc một đường tròn.
- Kẻ đường kính BD của (O). Chứng minh OM vuông góc AB và MO song song với AD.
- Trên cung nhỏ AB lấy điểm E và từ E kẻ tiếp tuyến với (O) cắt MA, MB lần lượt tại I và K. Chứng minh chu vi tam giác MIK và độ lớn góc IOK không phụ thuộc vào vị trí điểm E.
- Đường thẳng qua O vuông góc với OM cắt MA, MB lần lượt tại H và G. Tìm vị trí điểm E để tổng $IH + KG$ có độ dài nhỏ nhất.

Câu 3. Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng d không có điểm chung sao cho khoảng cách từ O đến d không quá $2R$. Qua điểm M trên d, vẽ các tiếp tuyến MA, MB tới (O) với A, B là các tiếp điểm. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên d. Dây AB cắt OH ở K và cắt OM tại I. Tia OM cắt (O) tại E.

- Chứng minh các điểm O, A, M, B, H thuộc cùng một đường tròn;
- Chứng minh $OM \perp AB$ và $OI \cdot OM = R^2$;
- Chứng minh $OK \cdot OH = OI \cdot OM$;
- Tìm vị trí của điểm M trên d để tứ giác OAEB là hình thoi;
- Khi M di chuyển trên d, chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O bán kính R, đường kính AB. Kẻ các tiếp tuyến Ax, By cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến thứ ba với đường tròn, tiếp tuyến này cắt Ax và By lần lượt tại C và D.

- Chứng minh: $OC \perp AM$ và $AM \parallel OD$;
- Chứng minh: $AC \cdot BD = R^2$;

- c) Chứng minh: AB là tiếp tuyến đường tròn đường kính CD;
- d) Gọi K là giao điểm của AD và BC. Chứng minh $MK \perp AB$;
- e) Tìm vị trí điểm M sao cho diện tích tứ giác ACDB nhỏ nhất.

Câu 5. Cho hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';r)$ tiếp xúc ngoài tại A. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài DE, với D thuộc (O) và E thuộc (O') . kẻ tiếp tuyến chung trong tại A cắt DE tại I. Gọi M là giao điểm của OI và AD, N là giao điểm của O'I và AE.

- a) Chứng minh $\triangle ADE$ vuông;
- b) Tứ giác AMIN là hình gì? vì sao?
- c) Chứng minh hệ thức: $IM.OI = IN.OI'$;
- d) Chứng minh OO' là tiếp tuyến của đường tròn có đường kính là DE;
- e) Tính độ dài DE biết rằng $OA = 5\text{cm}, O'A = 3,2\text{cm}$;
- f) Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính OO' ;
- g) Chứng minh $DE^2 = 4Rr$.

Câu 6. Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Vẽ hai tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn đó. Trên tia Ax lấy điểm M sao cho $AM > R$. Từ M kẻ tiếp tuyến MC với nửa đường tròn (O) (C là tiếp điểm). Tia MC cắt By tại D.

- a) Chứng minh $MD = MA + BD$ và $\triangle OMD$ vuông.
- b) Cho $AM = 2R$. Tính BD và chu vi tứ giác ABDM
- c) Tia AC cắt tia By tại K. Chứng minh $OK \perp BM$.