

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 10.12

Tài liệu lớp học zoom 9 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

1. (10 điểm) Các con chụp ảnh vở ghi nộp kèm bài tập về nhà nhé!

2. Bài tập

Câu 11. Cho a, b, c là các số không âm thỏa mãn đồng thời:

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = \sqrt{3} \text{ và } A = \sqrt{(a+2b)(a+2c)} + \sqrt{(b+2a)(b+2c)} + \sqrt{(c+2a)(c+2b)} = 3.$$

Tính giá trị của biểu thức: $M = (2\sqrt{a} + 3\sqrt{b} - 4\sqrt{c})^2$.

HD: Ta có: $(a+2b)(a+2c) = a^2 + 2a(b+c) + 4bc \geq a^2 + 4a\sqrt{bc} + 4bc = (a+2\sqrt{bc})^2$

Suy ra: $\sqrt{(a+2b)(a+2c)} \geq a+2\sqrt{bc}$.

Tương tự: $\sqrt{(b+2c)(b+2a)} \geq b+2\sqrt{ac}$; $\sqrt{(c+2a)(c+2b)} \geq c+2\sqrt{ab}$.

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$.

Do đó: $A = \sqrt{(a+2b)(a+2c)} + \sqrt{(b+2a)(b+2c)} + \sqrt{(c+2a)(c+2b)} \geq a+b+c+2\sqrt{ab}+2\sqrt{bc}+2\sqrt{ac}$

Hay $A \geq (\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$.

Vậy $A = 3$ khi: $\begin{cases} a = b = c \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Nên $M = (2\sqrt{a} + 3\sqrt{b} - 4\sqrt{c})^2 = (2\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - 4\sqrt{a})^2 = (\sqrt{a})^2 = |a| = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 12. Chứng minh $(1+2x)\left(1+\frac{y}{2x}\right)\left(1+\frac{4}{\sqrt{y}}\right)^2 \geq 81$ với $x, y > 0$.

HD: Ta có với $x, y > 0$: $(1+2x)\left(1+\frac{y}{2x}\right) = 1+2x+\frac{y}{2x}+y \geq 1+2\sqrt{y}+y = (1+\sqrt{y})^2$.

Nên $(1+2x)\left(1+\frac{y}{2x}\right)\left(1+\frac{4}{\sqrt{y}}\right)^2 \geq (1+\sqrt{y})^2\left(1+\frac{4}{\sqrt{y}}\right)^2$

$$= \left[(1+\sqrt{y})\left(1+\frac{4}{\sqrt{y}}\right) \right]^2 = \left(1+\sqrt{y}+\frac{4}{\sqrt{y}}+4 \right)^2$$

$$\geq \left(1+2\cdot\sqrt{\sqrt{y}\cdot\frac{4}{\sqrt{y}}}+4 \right)^2 = (1+2\cdot 2+4)^2 = 81 \text{ (đpcm).}$$