

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
CÂU ĐIỂM 10 HỌC KÌ 1 - BẤT ĐẲNG THỨC

Tài liệu lớp học zoom 9 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(a^3 + b^3 + c^3) + 15abc$.

Câu 2. Cho x, y, z là các số thực dương và thỏa mãn điều kiện $x + y + z = xyz$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+z^2}}$.

Câu 3. Tìm các cặp số x,y thỏa mãn $x^2 + y^2 = (x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1)$ với $x > \frac{1}{4}, y > \frac{1}{4}$.

Câu 4. Cho a, b, c là các số không âm thỏa mãn đồng thời:

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = \sqrt{3} \text{ và } \sqrt{(a+2b)(a+2c)} + \sqrt{(b+2a)(b+2c)} + \sqrt{(c+2a)(c+2b)} = 3.$$

Tính giá trị của biểu thức: $M = (2\sqrt{a} + 3\sqrt{b} - 4\sqrt{c})^2$.

Câu 5. Chứng minh $(1+2x)\left(1+\frac{y}{2x}\right)\left(1+\frac{4}{\sqrt{y}}\right)^2 \geq 81$ với $x, y > 0$.

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất của $A = \sqrt{x-2} + 2\sqrt{x+1} + 2019 - x$.

Câu 7. Cho hai số dương x, y thỏa mãn điều kiện $x + y \leq 1$. Chứng minh: $x^2 - \frac{3}{4x} - \frac{x}{y} \leq -\frac{9}{4}$.

Câu 8. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn đẳng thức $xy + yz + zx = 5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{3x + 3y + 2z}{\sqrt{6(x^2 + 5)} + \sqrt{6(y^2 + 5)} + \sqrt{z^2 + 5}}$$

Câu 9. Với x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = 2x^2 - y^2 + x + \frac{1}{x} + 2020.$$

Câu 10. Cho hai số thực x, y thay đổi thỏa mãn điều kiện : $x + y \geq 1$ và $x > 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = y^2 + \frac{8x^2 + y}{4x}$.

Câu 11. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn: $x + y + z = 1$. Chứng minh:

$$\sqrt{x+2y} + \sqrt{y+2z} + \sqrt{z+2x} \leq 3$$

Câu 12. Cho x, y, z > 0 và $xy + yz + zx = 3xyz$.

Tính giá trị nhỏ nhất của: $A = \frac{x^2}{z(z+x^2)} + \frac{y^2}{x(x^2+y^2)} + \frac{z^2}{y(y^2+z^2)}$.

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
ÔN TẬP TỔNG HỢP

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho ΔABC nhọn có đường cao AH . Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB, AC .

a) Biết $AE = 6,4\text{cm}; BE = 3,6\text{cm}$. Tính diện tích tam giác ABH .

b) Chứng minh các tam giác AEF và ACB đồng dạng.

c) Chứng minh $\frac{AF}{AC} = \sin^2 C$.

d) Chứng minh $\frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \sin^2 B \cdot \sin^2 C$.

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại $A, AB < AC$ đường cao AH .

a) Giả sử $BH=7\text{cm}, CH=9\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AC và số đo góc C (làm tròn đến độ)

b) Trên cạnh AB lấy điểm $D(D \neq A; D \neq B)$. Gọi K là hình chiếu của A trên CD . Chứng minh: ΔCKH đồng dạng với ΔCBD .

c) Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp $ACKH$. Gọi P và Q lần lượt là hình chiếu của A và C trên HK .

Gọi E là giao điểm thứ hai của đường thẳng AP với (O) . Chứng minh: $CE // PQ$ và $PK = QH$.

Câu 3. Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Gọi C, D là hai điểm di chuyển trên cung tròn sao cho góc COD luôn bằng 90° (C nằm giữa A và D). Tiếp tuyến tại C, D cắt đường thẳng AB lần lượt tại F, G . Gọi E là giao điểm của FC và GD .

a) Tính chu vi của tam giác ΔECD theo R .

b) Khi tứ giác $FCDG$ là hình thang cân. Hãy tính tỉ số $\frac{AB}{FG}$.

c) Chứng minh rằng $FC \cdot DG$ luôn là hằng số.

d) Tìm vị trí của C, D sao cho tích $AD \cdot BC$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB . Dựng dây $AC = R$ và tiếp tuyến Bx với đường tròn. Tia phân giác của góc BAC cắt OC tại M , cắt tia Bx tại P và cắt nửa đường tròn tâm O tại Q

a) Chứng minh $BP^2 = PA \cdot PQ$

b) Đường thẳng AC cắt tia Bx tại K . Chứng minh $KP = 2BP$

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có đường cao AH . Trên đoạn thẳng HC lấy điểm D sao cho $HD = HB$. Vẽ CE vuông góc với đường thẳng AD ($E \in AD$).

a) Chứng minh 4 điểm A, H, E, C cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm O của đường tròn này.

b) Chứng minh AB là tiếp tuyến của (O)

c) Chứng minh $\widehat{ACB} = \widehat{ECB}$.

d) Cho biết $AC = 6\text{cm}$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính diện tích các tam giác ABC và AEC.

Câu 6. Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Điểm H trên đoạn OA. Dây CD vuông góc với OA tại H. Lấy điểm E đối xứng với điểm A qua điểm H.

a) Tứ giác ACED là hình gì? Tại sao?

b) Gọi I là giao điểm của DE và BC. Chứng minh 4 điểm H, I, B, D cùng thuộc một đường tròn.

c) Chứng minh HI là tiếp tuyến của đường tròn đường kính EB?

d) Tìm vị trí điểm H trên đoạn OA để diện tích tam giác ABC đạt giá trị lớn nhất ?

Câu 7. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là điểm bất kì thuộc tia Ax. Qua M kẻ tiếp tuyến ME với nửa đường tròn, cắt By ở N

a) Chứng minh 4 điểm A, M, O, E cùng thuộc 1 đường tròn; 4 điểm B, N, O, E cùng thuộc 1 đường tròn

b) Tính số đo góc MON

c) Chứng minh $MN = AM + BN$

d) Chứng minh $AM \cdot BN = R^2$ (R là bán kính của nửa đường tròn)

Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính MN.