

## BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

### SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ PARABOL (tiếp)

Tài liệu lớp học zoom 9 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: .....Ngày học: .....

#### I. CÁC DẠNG BÀI VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.

**Dạng 1. Xác định số giao điểm của đường thẳng (d):  $y = mx + n$  (1) và parabol**

(P):  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) (2), tìm tọa độ giao điểm.

**Dạng 2. Tìm tham số để đường thẳng (d):  $y = mx + n$  và parabol (P):  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A; B thỏa mãn biểu thức đối xứng đối với  $x_A; x_B$ .**

**Phương pháp:** Xét phương trình hoành độ giao điểm  $ax^2 - mx - n = 0$ .(\*)

- **Bước 1:** (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt khi (\*) có 2 nghiệm phân biệt hay  $\Delta > 0$ .
- **Bước 2:** Biến đổi biểu thức đối xứng đối với  $x_A; x_B$  để biểu thức đó có chứa  $x_A + x_B$  và  $x_A \cdot x_B$ , sau đó áp dụng định lý Vi-ét và giải ra tham số.

#### Chú ý:

+ Giải ra tham số phải kết hợp điều kiện trong **Bước 1**.

+ Một số kiến thức áp dụng:

- Hai điểm A, B nằm cùng một phía với trục Oy khi  $x_A; x_B$  cùng dấu:  $x_A \cdot x_B > 0$ .
- + Hai điểm A, B nằm bên trái trục Oy khi  $x_A; x_B$  cùng âm:  $x_A \cdot x_B > 0; x_A + x_B < 0$ .
- + Hai điểm A, B nằm bên phải trục Oy khi  $x_A; x_B$  cùng dương:  $x_A \cdot x_B > 0; x_A + x_B > 0$ .
- Hai điểm A, B nằm khác phía với trục Oy khi  $x_A; x_B$  trái dấu:  $x_A \cdot x_B < 0$ .

**Câu 6.** Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx - m - 2$ . Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $M = |x_1| + |x_2| = 5$ .

**Dạng 3. Tìm tham số để đường thẳng (d):  $y = mx + n$  và parabol (P):  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A; B thỏa mãn biểu thức không đối xứng đối với  $x_A; x_B$ .**

**Phương pháp:** Xét phương trình hoành độ giao điểm  $ax^2 - mx - n = 0$ .(\*)

- **Bước 1:** (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt khi (\*) có 2 nghiệm phân biệt hay  $\Delta > 0$ .
- **Bước 2:** Áp dụng định lý Vi-ét và kết hợp điều kiện đề bài ta giải ra các nghiệm hay dựa vào tính chất các nghiệm, từ đó tính được m hay điều kiện của m. **Chú ý:** Đối chiếu điều kiện  $\Delta > 0$ .

**Câu 7.** Cho parabol (P):  $y = x^2$  và (d):  $y = 6 - 5mx$ . Với giá trị nào của  $m$  thì (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là  $x_1; x_2$  thỏa mãn điều kiện  $x_1 + 2x_2 = 1$ ?

**Câu 8.** Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = -2(m - 2)x + m^2$ . Tìm  $m$  để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt  $(x_1; y_1); (x_2; y_2)$  với  $x_1 < x_2$ , thỏa mãn  $|x_1| - |x_2| = 6$ .

**Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d):  $y = (m + 2)x + 3$  và parabol (P):  $y = x^2$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ là các số nguyên.

**Câu 10.** Cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 10mx - 9m$ . Tìm các giá trị của tham số  $m$  để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện  $x_1^2 - (10m - 1)x_1 + 9m - 9x_2 = 0$ .

**Dạng 4.** Tìm tham số để đường thẳng (d):  $y = mx + n$  và parabol (P):  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A; B thỏa mãn biểu thức có chứa  $y_A, y_B$ .

**Phương pháp:** Xét phương trình hoành độ giao điểm  $ax^2 - mx - n = 0$ . (\*)

- **Bước 1:** (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt khi (\*) có 2 nghiệm phân biệt hay  $\Delta > 0$ .
- **Bước 2:** Tính  $y_A, y_B$  theo  $x_A, x_B$  theo một trong hai cách: Theo phương trình của đường thẳng (d) hoặc theo phương trình của parabol (P).

Sau đó bài toán quy về biểu thức chứa  $x_A, x_B$  và cách giải giống **Dạng 2** hay **Dạng 3**.

**Câu 11.** Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx + m - 1$ . Tìm  $m$  để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$  sao cho  $y_1 + y_2 + x_1x_2 = 5$ .

**Dạng 5.** Bài toán có yếu tố hình học (độ dài đoạn thẳng, diện tích tam giác,...)

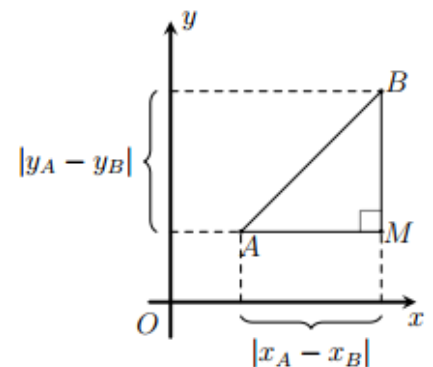
- Khoảng cách giữa hai điểm  $A(x_A; y_A)$  và  $B(x_B; y_B)$ :

Từ đồ thị, áp dụng định lý pitago ta có

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}.$$

**Câu 12.** Đường thẳng (d):  $y = -3x + 4$  cắt parabol (P):  $y = x^2$  tại A, B.

a) Tìm tọa độ điểm C thuộc cung AB của parabol (P) sao cho diện tích tam giác ABC lớn nhất.



b) Cho điểm  $D(3;0)$ , tìm tọa độ điểm  $E \in (P)$  sao cho độ dài  $DE$  ngắn nhất.

**Câu 13.** Gọi  $A, B$  là giao của parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = mx + 3$ .

- Tìm  $m$  để  $AB$  ngắn nhất.
- Tính diện tích tam giác  $OAB$  theo  $m$ .
- Tìm  $m$  để tam giác  $OAB$  vuông tại  $O$ .

## **II. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Câu 14.** Cho parabol  $(P): y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng  $(d): y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$ . Tìm các giá trị của  $m$  để  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1; x_2$  sao cho  $|x_1 - x_2| = 2$ .

**Câu 15.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng  $(d): y = 3x + m^2 - 1$  và parabol  $(P): y = x^2$ . Gọi  $x_1; x_2$  là hoành độ giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$ .

Tìm  $m$  để  $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1$ .

**Câu 16.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng  $(d): y = -x + 6$  và parabol  $(P): y = x^2$

- Tìm tọa độ các giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$ .
- Gọi  $A, B$  là hai giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$ , tính diện tích tam giác  $OAB$ .

**Câu 17.** Cho đường thẳng  $(d): y = 2(m-1)x - m - 5$  và parabol  $(P): y = x^2$ . Tìm  $m$  để  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có đường chéo là  $\sqrt{10}$ .

**Câu 18.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol  $(P): y = -x^2$ .

- Vẽ parabol  $(P)$ .
- Xác định tọa độ các giao điểm  $A, B$  của đường thẳng  $(d): y = -x - 2$  và  $(P)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên  $(P)$  sao cho tam giác  $MAB$  cân tại  $M$ .

## **BÀI TẬP TỔNG HỢP**

**Câu 19.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng  $(d): y = mx + 5$ .

- Chứng minh đường thẳng  $(d)$  luôn đi qua điểm  $A(0;5)$  với mọi giá trị của  $m$ .
- Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt parabol  $(P): y = x^2$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) sao cho  $|x_1| > |x_2|$ .

**Câu 20.** Cho đường thẳng  $\Delta: y = (m - 1)x + m^2 - 4$  ( $m$  là tham số khác 1).

- Tìm  $m$  để đường thẳng  $\Delta$  song song với đường thẳng  $(d): y = 2x + 5$ .

b) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của  $\Delta$  với trục Ox và Oy. Xác định tọa độ điểm A, B và tìm m để  $3OA = OB$ .

**Câu 21.** Cho parabol (P):  $y = 2x^2$  và đường thẳng (d):  $y = -2mx - m^2 + 2$ .

Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ giao điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn

$A = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$  đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 22.** Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = (2m + 5)x - 2m - 1$ , m là tham số.

a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm ở bên phải trục tung.

b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  sao cho biểu thức  $P = |\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 23.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P):  $y = \frac{x^2}{2}$  và đường thẳng (d):  $y = -mx + 3 - m$ .

a) Tìm tọa độ điểm M thuộc parabol (P) biết điểm M có hoành độ bằng 4.

b) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi  $x_1, x_2$  lần lượt là hoành độ của hai điểm A, B. Tìm m để  $x_1^2 + x_2^2 = 2x_1x_2 + 20$ .

**Câu 24.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d):  $y = 2mx - m^2 + 1$  và parabol (P):  $y = x^2$ .

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1x_2} + 1.$$

**Câu 25.** Vẽ đồ thị của các hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$  và  $y = x - 4$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Gọi A và B

là các giao điểm của đồ thị hai hàm số trên. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB, với O là gốc tọa độ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là centimét).

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = (m - 4)x + m + 4$ , (m là tham số).

a) Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đồ thị hàm số đã cho luôn cắt parabol (P):  $y = x^2$  tại hai điểm phân biệt. Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ các giao điểm, tìm m sao cho  $x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) = 18$ .

c) Gọi đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng (d). Chứng minh khoảng cách từ điểm  $O(0;0)$  đến (d) không lớn hơn  $\sqrt{65}$ .

**Câu 27.** Trong mặt phẳng Oxy cho parabol (P):  $y = \frac{1}{2}x^2$ .

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Trên (P) lấy điểm A có hoành độ  $x_A = -2$ . Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox sao cho  $|MA - MB|$  đạt giá trị lớn nhất, biết rằng  $B(1;1)$ .

**Câu 28.** Cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = (m-1)x + m + 4$ .

a) Với  $m = 2$ , tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

**Câu 29.** Cho parabol (P):  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng (d):  $y = -x + m$  (x là ẩn, m là tham số)

a) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) với đường thẳng (d) khi  $m = 4$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  thỏa mãn  $x_1x_2 + y_1y_2 = 5$ .

**Câu 30.** Cho parabol (P):  $y = -x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2mx - 1$  với m là tham số.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi  $m = 1$ .

b) Chứng minh rằng với mỗi giá trị của m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi  $y_1, y_2$  là tung độ của A, B. Tìm m sao cho  $|y_1^2 - y_2^2| = 3\sqrt{5}$ .

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**  
**QUỸ TÍCH, ĐIỂM CỐ ĐỊNH**

Tài liệu lớp học zoom 9 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Câu 1.** Cho đoạn thẳng  $AB = 6\text{cm}$  cố định,  $M$  là điểm chuyển động sao cho  $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$ .  $M$  di động trên đường nào?

**Câu 2.** Cho nửa đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$ .  $Am$  là tiếp tuyến của nửa đường tròn  $(O)$ ,  $C$  là điểm chuyển động trên nửa đường tròn  $(O)$ , tiếp tuyến với đường tròn  $(O)$  qua  $C$  cắt  $Am$  tại  $D$ . Tìm tập hợp các tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ADC$ .

**Câu 3.** Cho ba điểm thẳng hàng theo thứ tự là  $A, B, C$ . Một đường tròn  $(O)$  thay đổi nhưng luôn đi qua  $B$  và  $C$ . Từ  $A$  kẻ hai tiếp tuyến  $AM, AN$  đến đường tròn tâm  $(O)$ . Đường thẳng  $MN$  cắt hai đoạn  $AO, AC$  lần lượt tại hai điểm  $H$  và  $K$ . Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OHK$  luôn đi qua hai điểm cố định.

**Câu 4.** Cho đường tròn  $(O; R)$  đường kính  $AB$ . Gọi  $d$  là tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $A$ ,  $C$  là điểm chuyển động trên đường thẳng  $d$ .  $BC$  cắt  $(O)$  tại  $D$  ( $D \neq B$ ). Gọi  $E$  là trung điểm của  $BD$ . Tìm tập hợp các tâm  $I$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AEC$ .

**Câu 6.** Cho đường tròn  $(O; R)$ , đường kính cố định  $AB$  và đường kính  $CD$  di động.  $AC$  và  $AD$  cắt tiếp tuyến  $(a)$  với  $(O)$  tại  $B$  lần lượt tại  $M, N$ . Tâm  $I$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $CMN$  di động trên đường nào?

**Câu 7.** Cho đường tròn  $(O; R)$ ,  $A$  là điểm cố định nằm trong đường tròn  $(O)$ , ( $A \neq O$ ). Gọi  $BC$  là đường kính của đường tròn  $(O)$  quay quanh  $O$ . Tìm tập hợp các tâm  $I$  ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

**Câu 8.** Cho đường tròn  $(O; R)$ . Từ điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn  $(O)$  kẻ cát tuyến  $ABC$ . Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OBC$  thuộc một đường cố định.