

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ PARABOL (tiếp)

Tài liệu lớp học zoom 9 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

I. CÁC DẠNG BÀI VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.

Dạng 1. Xác định số giao điểm của đường thẳng (d): $y = mx + n$ (1) và parabol

(P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) (2), tìm tọa độ giao điểm.

Dạng 2. Tìm tham số để đường thẳng (d): $y = mx + n$ và parabol (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A; B thỏa mãn biểu thức đối xứng đối với $x_A; x_B$.

Dạng 3. Tìm tham số để đường thẳng (d): $y = mx + n$ và parabol (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A; B thỏa mãn biểu thức không đối xứng đối với $x_A; x_B$.

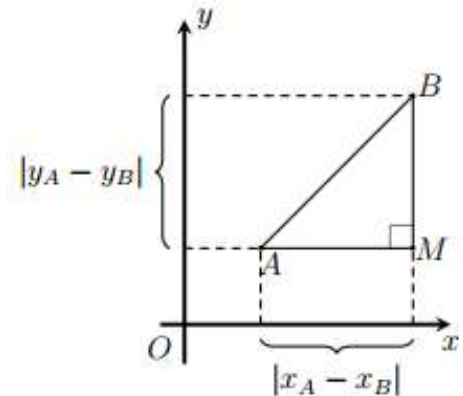
Dạng 4. Tìm tham số để đường thẳng (d): $y = mx + n$ và parabol (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A; B thỏa mãn biểu thức có chứa y_A, y_B .

Dạng 5. Bài toán có yếu tố hình học (độ dài đoạn thẳng, diện tích tam giác,...)

• Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$:

Từ đồ thị, áp dụng định lý pitago ta có

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}.$$



Câu 12. Đường thẳng (d): $y = -3x + 4$ cắt parabol (P): $y = x^2$ tại A, B.

a) Tìm tọa độ điểm C thuộc cung AB của parabol (P) sao cho diện tích tam giác ABC lớn nhất.

b) Cho điểm $D(3; 0)$, tìm tọa độ điểm $E \in (P)$ sao cho độ dài DE ngắn nhất.

Câu 13. Gọi A, B là giao của parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 3$.

a) Tìm m để AB ngắn nhất.

b) Tính diện tích tam giác OAB theo m.

c) Tìm m để tam giác OAB vuông tại O.

II. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 14. Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$. Tìm các giá trị của m để

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 2$.

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 3x + m^2 - 1$ và parabol

(P): $y = x^2$. Gọi x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P).

Tìm m để $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1$.

Câu 16. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = -x + 6$ và parabol (P): $y = x^2$

a) Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P).

b) Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P), tính diện tích tam giác OAB.

Câu 17. Cho đường thẳng (d): $y = 2(m-1)x - m - 5$ và parabol (P): $y = x^2$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có đường chéo là $\sqrt{10}$.

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = -x^2$.

1) Vẽ parabol (P).

2) Xác định tọa độ các giao điểm A, B của đường thẳng (d): $y = -x - 2$ và (P). Tìm tọa độ điểm M trên (P) sao cho tam giác MAB cân tại M.

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = mx + 5$.

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm A(0;5) với mọi giá trị của m.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P): $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$) sao cho $|x_1| > |x_2|$.

Câu 20. Cho đường thẳng $\Delta: y = (m - 1)x + m^2 - 4$ (m là tham số khác 1).

a) Tìm m để đường thẳng Δ song song với đường thẳng (d): $y = 2x + 5$.

b) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của Δ với trục Ox và Oy. Xác định tọa độ điểm A, B và tìm m để $3OA = OB$.

Câu 21. Cho parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng (d): $y = -2mx - m^2 + 2$.

Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ giao điểm x_1, x_2 thỏa mãn

$A = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 22. Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (2m + 5)x - 2m - 1$, m là tham số.

a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm ở bên phải trục tung.

b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = \left| \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng (d): $y = -mx + 3 - m$.

a) Tìm tọa độ điểm M thuộc parabol (P) biết điểm M có hoành độ bằng 4.

b) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của hai điểm A, B. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 2x_1x_2 + 20$.

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol (P): $y = x^2$.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1x_2} + 1.$$

Câu 25. Vẽ đồ thị của các hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = x - 4$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Gọi A và B là các giao điểm của đồ thị hai hàm số trên. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB, với O là gốc tọa độ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là centimet).

Câu 26. Cho hàm số $y = (m - 4)x + m + 4$, (m là tham số).

a) Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất đồng biến trên \mathbb{R} .

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đồ thị hàm số đã cho luôn cắt parabol (P): $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt. Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm, tìm m sao cho $x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) = 18$.

c) Gọi đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng (d). Chứng minh khoảng cách từ điểm O(0;0) đến (d) không lớn hơn $\sqrt{65}$.

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Trên (P) lấy điểm A có hoành độ $x_A = -2$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox sao cho

$|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất, biết rằng $B(1;1)$.

Câu 28. Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (m-1)x + m + 4$.

- Với $m = 2$, tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).
- Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Câu 29. Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = -x + m$ (x là ẩn, m là tham số)

- Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) với đường thẳng (d) khi $m = 4$.
- Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ thỏa mãn $x_1x_2 + y_1y_2 = 5$.

Câu 30. Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx - 1$ với m là tham số.

- Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 1$.
- Chứng minh rằng với mỗi giá trị của m , (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi y_1, y_2 là tung độ của A, B. Tìm m sao cho $|y_1^2 - y_2^2| = 3\sqrt{5}$.

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
CHỨNG MINH THẲNG HÀNG, ĐỒNG QUY

Tài liệu lớp học zoom 9 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho đường tròn (O; R). Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ cát tuyến ABC. Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC thuộc một đường cố định.

Câu 2. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ tiếp tuyến MA và MB với đường tròn. Kẻ cát tuyến MCD(C nằm giữa M và D). Tiếp tuyến tại C và D cắt nhau tại K. Chứng minh rằng A, B, K thẳng hàng.

Câu 3. Cho tam giác ABC ($\widehat{BAC} < 45^\circ$) nội tiếp trong nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Dựng tiếp tuyến với đường tròn (O) tại C và gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến tiếp tuyến đó. AH cắt đường tròn (O) tại M ($M \neq A$). Đường vuông góc với AC kẻ từ M cắt AC tại K và AB tại P.

- Chứng minh tứ giác MKCH nội tiếp.
- Chứng minh $\triangle MAP$ cân.
- Tìm điều kiện của $\triangle ABC$ để ba điểm M, K, O thẳng hàng.

Câu 4. Cho đường tròn (O;R) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax và lấy trên tiếp tuyến đó một điểm P sao cho $AP > R$, từ P kẻ tiếp tuyến tiếp xúc với (O) tại M.

- Chứng minh rằng tứ giác APMO nội tiếp được một đường tròn.
- Chứng minh $BM // OP$.
- Đường thẳng vuông góc với AB ở O cắt tia BM tại N. Chứng minh tứ giác OBNP là hình bình hành.
- Biết AN cắt OP tại K, PM cắt ON tại I; PN và OM kéo dài cắt nhau tại J. Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Câu 5. Cho tam giác nhọn ABC. Kẻ các đường cao AD, BE, CF. Gọi H là trực tâm của tam giác. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các hình chiếu vuông góc của H lên AB, BE, CF, AC. Chứng minh:

- Các tứ giác DMFP, DNEQ là hình chữ nhật.
- Các tứ giác BMND; DNHP; DPQC nội tiếp.
- Hai tam giác HNP và HCB đồng dạng.
4. Bốn điểm M, N, P, Q thẳng hàng.

Câu 6. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp (O). Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Gọi P, Q lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ H xuống AB, AC.

- Chứng minh BCQP là tứ giác nội tiếp
- Hai đường thẳng BC, QP cắt nhau tại M. Chứng minh rằng $MH^2 = MB.MC$

c. Đường thẳng MA cắt đường tròn (O) tại K. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác BCQP.
Chứng minh I, H, K thẳng hàng

Câu 7. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O) và $AB < AC$. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H. Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng EF và CB. Đường thẳng AI cắt (O) tại M (M khác A).

- Chứng minh năm điểm A, M, F, H, E cùng nằm trên đường tròn.
- Gọi N là trung điểm BC, chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Câu 8. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Trên cùng một mặt phẳng chứa nửa đường tròn, kẻ các tia tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn. Từ một điểm C trên nửa đường tròn ($C \neq A, C \neq B$), kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$), tiếp tuyến tại C cắt Ax và By theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh rằng các đường thẳng BP, AQ, CH đồng quy.