

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ PARABOL (tiếp)

Tài liệu lớp học zoom 9 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

I. CÁC DẠNG BÀI VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.

Dạng 1. Xác định số giao điểm của đường thẳng (d): $y = mx + n$ (1) và parabol

(P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) (2), tìm tọa độ giao điểm.

Dạng 2. Tìm tham số để đường thẳng (d): $y = mx + n$ và parabol (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A; B thỏa mãn biểu thức đối xứng đối với $x_A; x_B$.

Dạng 3. Tìm tham số để đường thẳng (d): $y = mx + n$ và parabol (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A; B thỏa mãn biểu thức không đối xứng đối với $x_A; x_B$.

Dạng 4. Tìm tham số để đường thẳng (d): $y = mx + n$ và parabol (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A; B thỏa mãn biểu thức có chứa y_A, y_B .

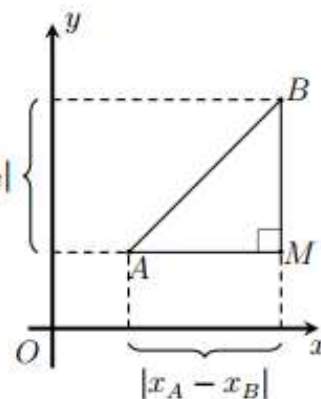
Dạng 5. Bài toán có yếu tố hình học (độ dài đoạn thẳng, diện tích tam giác,...)

• Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$:

$$|y_A - y_B|$$

Từ đồ thị, áp dụng định lý pitago ta có

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$



Câu 12. Đường thẳng (d): $y = -3x + 4$ cắt parabol (P): $y = x^2$ tại A, B.

- Tìm tọa độ điểm C thuộc cung AB của parabol (P) sao cho diện tích tam giác ABC lớn nhất.
- Cho điểm $D(3;0)$, tìm tọa độ điểm $E \in (P)$ sao cho độ dài DE ngắn nhất.

Câu 13. Gọi A, B là giao của parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 3$.

- Tìm m để AB ngắn nhất.
- Tính diện tích tam giác OAB theo m.
- Tìm m để tam giác OAB vuông tại O.

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = mx + 5$.

- a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0;5)$ với mọi giá trị của m .
- b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P): $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$) sao cho $|x_1| > |x_2|$.

Câu 20. Cho đường thẳng $\Delta: y = (m - 1)x + m^2 - 4$ (m là tham số khác 1).

- a) Tìm m để đường thẳng Δ song song với đường thẳng (d): $y = 2x + 5$.
- b) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của Δ với trục Ox và Oy. Xác định tọa độ điểm A, B và tìm m để $3OA = OB$.

Câu 21. Cho parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng (d): $y = -2mx - m^2 + 2$.

Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ giao điểm x_1, x_2 thỏa mãn

$A = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 22. Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (2m + 5)x - 2m - 1$, m là tham số.

- a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm ở bên phải trục tung.
- b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = |\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng (d): $y = -mx + 3 - m$.

- a) Tìm tọa độ điểm M thuộc parabol (P) biết điểm M có hoành độ bằng 4.
- b) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của hai điểm A, B. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 2x_1x_2 + 20$.

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol (P): $y = x^2$.

- a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
- b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1x_2} + 1.$$

Câu 25. Vẽ đồ thị của các hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = x - 4$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Gọi A và B là các giao điểm của đồ thị hai hàm số trên. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB, với O là gốc tọa độ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là centimét).

Câu 26. Cho hàm số $y = (m - 4)x + m + 4$, (m là tham số).

- a) Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất đồng biến trên \mathbb{R} .
- b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đồ thị hàm số đã cho luôn cắt parabol (P): $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt. Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm, tìm m sao cho $x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) = 18$.
- c) Gọi đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng (d). Chứng minh khoảng cách từ điểm O(0;0) đến (d) không lớn hơn $\sqrt{65}$.

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.

- a) Vẽ đồ thị (P).
- b) Trên (P) lấy điểm A có hoành độ $x_A = -2$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất, biết rằng B(1;1).

Câu 28. Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (m - 1)x + m + 4$.

- a) Với $m = 2$, tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).
- b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Câu 29. Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = -x + m$ (x là ẩn, m là tham số)

- a) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) với đường thẳng (d) khi $m = 4$.
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) thỏa mãn $x_1x_2 + y_1y_2 = 5$.

Câu 30. Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx - 1$ với m là tham số.

- a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 1$.
- b) Chứng minh rằng với mỗi giá trị của m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi y_1, y_2 là tung độ của A, B. Tìm m sao cho $|y_1^2 - y_2^2| = 3\sqrt{5}$.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
CHỨNG MINH THẲNG HÀNG, ĐỒNG QUY

Tài liệu lớp học zoom 9 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn, kẻ các tia tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn. Từ một điểm C trên nửa đường tròn ($C \neq A, C \neq B$), kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$), tiếp tuyến tại C cắt Ax và By theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh rằng các đường thẳng BP, AQ, CH đồng quy.

Câu 2. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp (O). Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Gọi P, Q lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ H xuống AB, AC.

- Chứng minh BCQP là tứ giác nội tiếp
- Hai đường thẳng BC, QP cắt nhau tại M. Chứng minh rằng $MH^2 = MB.MC$
- Đường thẳng MA cắt đường tròn (O) tại K. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác BCQP. Chứng minh I, H, K thẳng hàng

Câu 3. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O) và $AB < AC$. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H. Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng EF và CB. Đường thẳng AI cắt (O) tại M (M khác A).

- Chứng minh năm điểm A, M, F, H, E cùng nằm trên đường tròn.
- Gọi N là trung điểm BC, chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Câu 4. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O. M là điểm nằm trên cung BC không chứa điểm A. Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu của M trên BC, CA, AB. Chứng minh rằng:

- Bốn điểm M, B, D, F cùng thuộc một đường tròn và bốn điểm M, D, E, C cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh D, E, F thẳng hàng.

Câu 5. Cho hình chữ nhật ABCD nội tiếp đường tròn tâm O. Tiếp tuyến của đường tròn tâm O tại điểm C cắt các đường thẳng AB và AD theo thứ tự tại M, N. Gọi H là chân đường cao hạ từ A xuống BD, K là giao điểm của hai đường thẳng MN và BD.

- Chứng minh tứ giác AHCK là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh: $AD.AN = AB.AM$
- Gọi E là trung điểm của MN. Chứng minh ba điểm A, H, E thẳng hàng

Câu 6. Cho tam giác ABC không có góc tù ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn $(O; R)$. (B, C cố định, A di động trên cung lớn BC). Các tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại M. Từ M kẻ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt (O) tại D và E (D thuộc cung nhỏ BC), cắt BC tại F, cắt AC tại I.

a) Chứng minh rằng $\widehat{MBC} = \widehat{BAC}$. Từ đó suy ra MBIC là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh rằng: $FI.FM = FD.FE$.

c) Đường thẳng OI cắt (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng QF cắt (O) tại T (T khác Q).

Chứng minh ba điểm P, T, M thẳng hàng.

Câu 7. Cho đường tròn tâm O đường kính AB và điểm C (C không trùng với A và B). Lấy điểm D thuộc đoạn AC (D không trùng với A và C). Tia BD cắt cung nhỏ AC tại điểm M, tia BC cắt tia AM tại điểm N.

a) Chứng minh MNCD là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AM.BD = AD.BC$.

c) Gọi I là giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp của tam giác ADM và tam giác BDC.

Chứng minh ba điểm N, D, I thẳng hàng.

Giáo viên: Nguyễn Thành Long