BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 02.12

Tài liệu lớp học zoom 9.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 5 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

1. (10 điểm) Các con chụp ảnh vở ghi Hình học kèm bài tập nhé!

2. Bài tập

ĐẠI SỐ

PHẦN I .TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tập xác định của $A=\dfrac{\sqrt{x^2-3x+2}}{x^2-x-2}$ là

A. $\left[\begin{array}{l}x\ge 2\\ x\le 1, x\ne -1\end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l}x> 2\\ x\le 1, x\ne -1\end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l}x> 2\\ x\le 1\end{array}\right.$ D. $x\ne\{-1;2\}$

Câu 2. Giá trị của x để $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ bằng 2 là

A. 9 B. 3 C. 1 D. 4

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của $A=\sqrt{x^2+x+1}$ đạt được khi x bằng

A. $\dfrac{-1}{2}$ B. $\dfrac{1}{2}$ C. 1 D. 0

Câu 4. Biểu thức $B=\sqrt{21-8\sqrt{5}}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}$ bằng

A. $7-2\sqrt{5}$ B. 1 C. $2\sqrt{5}-7$ D. $7-\sqrt{5}$

Câu 5. Hàm số $y=\left(m^2-m\right)x^2+mx+1$ là hàm số bậc nhất khi

A. $m=0$ B. $m\ne\{0;1\}$ C. $m=1$ D. $m\in\{0;1\}$

Câu 6. Đường thẳng $y=(m-1)x+3$ luôn đi qua điểm cố định là

A. $I(0;3)$ B. $I(1;3)$ C. $I(0;0)$ D. $I(3;0)$

Câu 7. Biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ khi trục căn thức được

A. $4-2\sqrt{15}$ B. $4+\sqrt{15}$ C. $8-2\sqrt{15}$ D. $4-\sqrt{15}$

Câu 8. Giá trị lớn nhất của $A=\dfrac{5}{\sqrt{x-1}+3}$ là

A. $\dfrac{5}{3}$ B. 1 C. 5 D. $\dfrac{3}{5}$

Hướng dẫn Trắc nghiệm:

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
B **(0,5đ)**	**A** **(0,5đ)**	**A** **(0,5đ)**	**A** **(0,5đ)**	**C** **(0,5đ)**	**A** **(0,5đ)**	**D** **(0,5đ)**	**A** **(0,5đ)**

Câu 1.

$A=\dfrac{\sqrt{x^2-3x+2}}{x^2-x-2}=\dfrac{\sqrt{(x-1)(x-2)}}{(x+1)(x-2)}$, nên TXĐ là:

$$\begin{cases}(x-1)(x-2)\ge 0\\(x+1)(x-2)\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\ge 2\\x\le 1\end{array}\right.\\x\ne -1;2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2\\x\le 1, x\ne -1\end{array}\right.$$

Câu 2. Điều kiện $x\ge 0; x\ne 1$

$$A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=2\Leftrightarrow\sqrt{x}+1=2\sqrt{x}-2\Leftrightarrow\sqrt{x}=3\Leftrightarrow x=9(tm)$$

Câu 3. $A=\sqrt{x^2+x+1}=\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}\ge\frac{\sqrt{3}}{2}$, dấu "=" xảy ra khi $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0\Leftrightarrow x=\frac{-1}{2}$.

Câu 4. $B=\sqrt{21-8\sqrt{5}}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}=\sqrt{\left(4-\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}=4-\sqrt{5}+3-\sqrt{5}=7-2\sqrt{5}$

Câu 5. Hàm số $y=\left(m^2-m\right)x^2+mx+1$ là hàm số bậc nhất khi

$$\begin{cases}m^2-m=0\\m\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m(m-1)=0\\m\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow m=1$$

Câu 6. Giả sử điểm $I\left(x_I, y_I\right)$ cố định thuộc đồ thị $y=(m-1)x+3$.

Khi đó $y_I=(m-1)x_I+3\ \forall m$

$\Leftrightarrow m.x_I-x_I+3=y_I=0\,\forall m$

$\Leftrightarrow x_I.m+3-x_I-y_I=0\ \forall m$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x_I=0\\3-x_I-y_I\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_I=0\\y_I=3\end{cases}\Rightarrow I(0;3)$

Câu 7. $A=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}=\dfrac{5-2\sqrt{15}+3}{5-3}=\dfrac{8-2\sqrt{15}}{2}=4-\sqrt{15}$

Câu 8. $\sqrt{x-1}\ge 0\Rightarrow\sqrt{x-1}+3\ge 3\Rightarrow A=\dfrac{5}{\sqrt{x-1}+3}\le\dfrac{5}{3}$, dấu "=" xảy ra khi $x=1$.

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 1. Cho biểu thức:

Cho biểu thức $M=\left(\frac{1}{\sqrt{x}+2}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}\right).\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$

a) ***(0,5đ)*** Tìm điều kiện của x để M xác định.

b) ***(1đ)*** Rút gọn biểu thức M

c) ***(0,75đ)*** Tìm các giá trị của x để $N=\frac{7M}{3}$ nguyên.

HD:

a. Điều kiện xác định: $\begin{cases} x>0 \\ \sqrt{x}-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\neq 4 \end{cases}$

b. $M=\left(\frac{1}{\sqrt{x}+2}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}\right).\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$

$$M=\frac{\sqrt{x}-2+\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}.\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}.\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}=\frac{2}{\sqrt{x}+2}$$

c. Ta có $N=\frac{14}{3(\sqrt{x}+2)}$

Vì $x>0\Rightarrow \sqrt{x}+2>2\Rightarrow N<\frac{14}{3.2}=\frac{7}{3}$.

Mặc khác $M>0$ nên $N>0$.

Vậy, ta có $0<N<\frac{7}{3}$

Mà N nhận giá trị nguyên nên $N=1$ hoặc $N=2$.

$$N=1\Rightarrow \frac{14}{3(\sqrt{x}+2)}=1\Rightarrow \sqrt{x}+2=\frac{14}{3}\Rightarrow \sqrt{x}=\frac{8}{3}\Rightarrow x=\frac{64}{9}\ \text{(TM)}$$

$$N=2\Rightarrow \frac{14}{3(\sqrt{x}+2)}=2\Rightarrow \sqrt{x}+2=\frac{7}{3}\Rightarrow \sqrt{x}=\frac{1}{3}\Rightarrow x=\frac{1}{9}\ \text{(TM)}$$

Vậy $x\in\left\{\frac{64}{9};\frac{1}{9}\right\}$

Câu 2.

Cho đường thẳng (d): $y = mx + (3m - 1)$

a) ***(1đ)*** Xác định m để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ. Vẽ đồ thị hàm số với m tìm được.

b) ***(0,75đ)*** Tìm tọa độ điểm cố định mà (d) đi qua với mọi m

c) ***(0,5đ)*** Xác định m để khoảng cách từ $A(1;3)$ đến (d) lớn nhất.

HD:

a) Thay $x = 0; y = 0$ vào $y = mx + (3m - 1)$ ta được $0 = m.0 + 3m - 1 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$

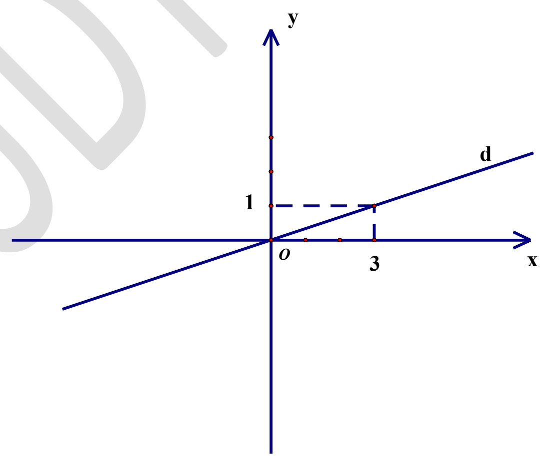
Vậy với $m = \frac{1}{3}$ thì đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

Khi đó ta có phương trình đường thẳng $(d): y = \frac{1}{3}x$

Đường thẳng (d) đi qua gốc tạo độ O(0;0)

Cho $x = 3 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow N(3;1)$

Đồ thị hàm số $(d): y = \frac{1}{3}x$ là đường thẳng đi qua hai điểm O(0;0) và $A(3;1)$



b) ***Cách 1:*** Giả sử $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà đường thẳng (d) luôn đi qua với mọi m.

Khi đó toạ độ điểm M thoả mãn phương trình đường thẳng (d) với mọi giá trị m

$\Rightarrow y_0 = mx_0 + 3m - 1$ đúng với mọi m

$\Leftrightarrow (x_0 + 3)m - y_0 - 1 = 0$ đúng với mọi m

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 3 = 0 \\ -y_0 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -3 \\ y_0 = -1 \end{cases} \Rightarrow M(-3;-1)$$

Vậy tọa độ điểm cố định mà mọi đường thẳng đều đi qua với mọi m là $M(-3;-1)$

Cách 2: Với $m = 0 \Rightarrow y = 0.x + 3.0 - 1 = -1$

=> Tọa độ điểm cố định mà mọi đường thẳng đều đi qua với mọi m sẽ có tung độ là -1.

Thay y = -1 vào $y = mx + (3m-1)$ ta được:

$-1 = mx + 3m - x \Leftrightarrow mx = -3m \Leftrightarrow x = -3$

Vậy tọa độ điểm cố định mà mọi đường thẳng đều đi qua với mọi m là $M(-3;-1)$

c) Khoảng cách từ A đến (d) là AH.

Ta có $AH \le AM$.

$AM = \sqrt{MP^2 + AP^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

Vậy giá trị lớn nhất của AH là $4\sqrt{2}$

Khi đó AM vuông góc với (d) tại M.

Đường thẳng AM: $y = ax + b$.

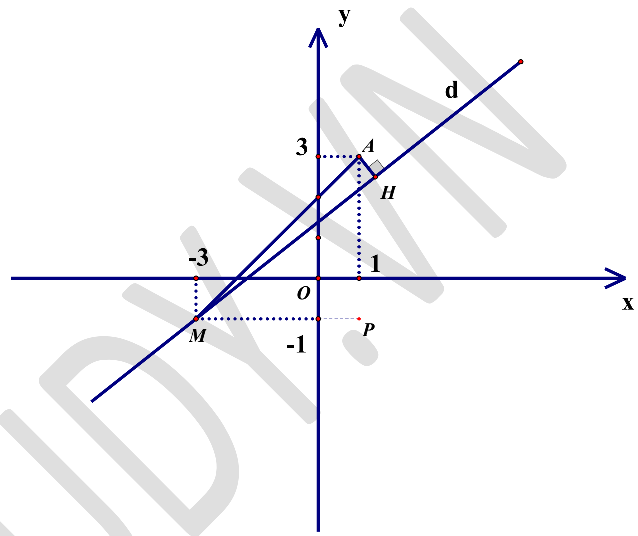
+) Qua M nên: $-1 = -3a + b$

+) Qua A nên: $3 = a + b \Rightarrow b = 3 - a$

Từ đó $-1 = -3a + 3 - a \Rightarrow -4a = -4 \Rightarrow a = -1$

$\Rightarrow b = 3 - 1 = 2$

Vậy đường thẳng AM: $y = x + 2$.



Đường thẳng (d) vuông góc với AM nên tích hệ số góc bằng -1 hay: $m \times 1 = -1 \Rightarrow m = -1$.

Câu 3. ***(1đ)*** Giải phương trình: $(x+1)(x+4) = 5\sqrt{x^2 + 5x + 28}$

HD:

PT $(x+1)(x+4) = 5\sqrt{x^2 + 5x + 28} \Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 - 5\sqrt{x^2 + 5x + 28} = 0$

Đặt $\sqrt{x^2 + 5x + 28} = t\,(t \ge 0)$

$\Rightarrow x^2 + 5x + 28 = t^2 \Rightarrow x^2 + 5x + 4 = t^2 - 24$

Thay vào phương trình đã cho ta được:

$t^2 - 5t - 24 = 0 \Leftrightarrow (t-8)(t+3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 8(tm) \\ t = -3(L) \end{array}\right.$

Với $t = 8 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 5x + 28} = 8$

$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 36 = 0 \Leftrightarrow (x+9)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = -9 \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S=\{-9;4\}$

Câu 4. ***(0,5đ)*** Cho số thực x thỏa mãn $-1\le x\le 1$, chứng minh $\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\ge 2-x^2$.

HD:

Với $-1\le x\le 1$ thì các căn có nghĩa và $2-x^2>0$.

$\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\ge 2-x^2 \Leftrightarrow \left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)^2\ge\left(2-x^2\right)^2 \Leftrightarrow 2+2\sqrt{1-x^2}\ge\left(2-x^2\right)^2\ (1)$.

Đặt $t=\sqrt{1-x^2}\Rightarrow 0\le t\le 1\Rightarrow 2-x^2=t^2+1$.

$\Rightarrow (1)\Leftrightarrow 2+2t\ge\left(t^2+1\right)^2\Leftrightarrow t^4+2t^2-2t-1\le 0\Leftrightarrow (t-1)\left(t^3+t^2+3t+1\right)\le 0\ (2)$.

Vì $0\le t\le 1$ nên $t-1\le 0, t^3+t^2+3t+1>0\Rightarrow(2)$ đúng.

Dấu "=" xảy ra khi $t=1\Leftrightarrow x=0$, vậy ta có đpcm.

HÌNH HỌC

Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O bán kính R, đường kính AB. Kẻ các tiếp tuyến Ax, By cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến thứ ba với đường tròn, tiếp tuyến này cắt Ax và By lần lượt tại C và D.

a) Chứng minh: $OC\perp AM$ và $AM//OD$;

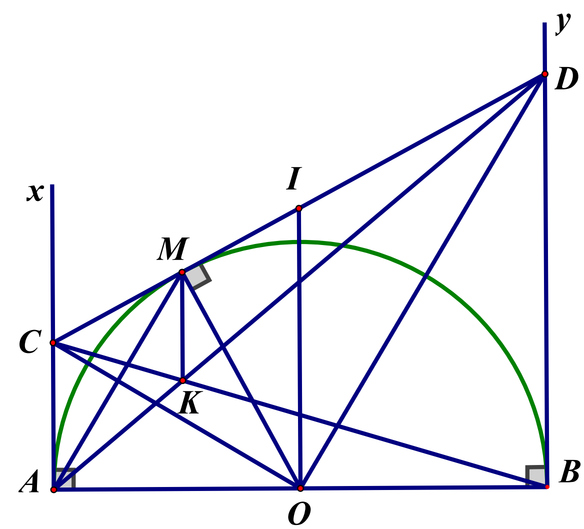
b) Chứng minh: $AC\cdot BD=R^2$;

c) Chứng minh: AB là tiếp tuyến đường tròn đường kính CD;

d) Gọi K là giao điểm của AD và BC. Chứng minh $MK\perp AB$;

e) Tìm vị trí điểm M sao cho diện tích tứ giác ACDB nhỏ nhất.

HD:



a) (3 điểm) AC và MC là hai tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại C nên ta có: $OA=OM;CA=CM$; và OC là tia phân giác của $\widehat{AOM}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow O;C$ nằm trên đường trung trực của AM

Suy ra $OC\perp AM\ (1)$

BD và MD là hai tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại D nên $OM=OB;DM=DB$ và OD là tia phân giác của $\widehat{MOB}$

Lại có $\widehat{AOM}$ và $\widehat{MOB}$ là hai góc kề bù. Suy ra $OC \perp OD\,(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $AM // OD$

b) (3 điểm) Xét tam giác COD vuông tại O có OM là đường cao ứng với cạnh huyền, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $OM^2 = CM.MD$

Vì $AC = CM; BD = MD$ (cm câu a) nên $CM.MD = AC.BD$

Suy ra $AC.BD = OM^2 = R^2$

c) (2 điểm) Gọi I là trung điểm của CD.

Tam giác COD vuông tại O có OI là trung tuyến ứng với cạnh huyền CD nên $IO = IC = ID = \frac{1}{2}CD$

Tam giác ICO cân tại I nên $\widehat{ICO} = \widehat{IOC}$

Mà $\widehat{ICO} + \widehat{COM} = 90°; \widehat{COM} = \widehat{COA}$

$\Rightarrow \widehat{ICO} + \widehat{COA} = 90° \Rightarrow IO \perp AB$ tại O

Suy ra AB là tiếp tuyến của đường tròn $\left(I; \frac{CD}{2}\right)$

d) (1 điểm) Vì $Ax \perp AB, By \perp AB \Rightarrow Ax // By$

Theo hệ quả định lý Ta – let ta có: $\frac{AK}{KD} = \frac{CK}{KB} = \frac{AC}{BD} = \frac{CM}{MD}$ (Do $AC = CM; BD = MD$)

Do đó $\frac{CN}{MD} = \frac{AK}{KD}$, theo định lý Ta – let đảo thì $MK // AC$

Lại có $AC \perp AB \Rightarrow MK \perp AB$

e) (1 điểm) Ta có: $S_{ACDB} = \frac{1}{2}(AC + BD).AB = \frac{1}{2}.(CM + MD).AB = \frac{1}{2}.CD.AB$

Ta có $CM + MD \geq 2\sqrt{CM.MD} = 2\sqrt{MO^2} = 2R$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $CM = MD \Leftrightarrow AC = CD \Leftrightarrow CD // AB \Leftrightarrow OI \perp CD$

$\Leftrightarrow M \equiv I$ là điểm chính giữa của $\overset{\frown}{AB}$

Vậy S_{ACDB} nhỏ nhất là 2R khi M là điểm chính giữa của $\overset{\frown}{AB}$