

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**

**ÔN TẬP TỔNG HỢP**

Tài liệu lớp học zoom 9.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 5 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Câu 1.** Cho đường tròn  $(O;R)$  và đường thẳng  $d$  không có điểm chung sao cho khoảng cách từ  $O$  đến  $d$  không quá  $2R$ . Qua điểm  $M$  trên  $d$ , vẽ các tiếp tuyến  $MA, MB$  tới  $(O)$  với  $A, B$  là các tiếp điểm. Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  trên  $d$ . Dây  $AB$  cắt  $OH$  ở  $K$  và cắt  $OM$  tại  $I$ . Tia  $OM$  cắt  $(O)$  tại  $E$ .

- Chứng minh các điểm  $O, A, M, B, H$  thuộc cùng một đường tròn;
- Chứng minh  $OM \perp AB$  và  $OI \cdot OM = R^2$ ;
- Chứng minh  $OK \cdot OH = OI \cdot OM$ ;
- Tim vị trí của điểm  $M$  trên  $d$  để tứ giác  $OAEB$  là hình thoi;
- Khi  $M$  di chuyển trên  $d$ , chứng minh đường thẳng  $AB$  luôn đi qua một điểm cố định.

**Câu 2.** Cho nửa đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$ , đường kính  $AB$ . Kẻ các tiếp tuyến  $Ax, By$  cùng phía với nửa đường tròn đối với  $AB$ . Từ điểm  $M$  trên nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến thứ ba với đường tròn, tiếp tuyến này cắt  $Ax$  và  $By$  lần lượt tại  $C$  và  $D$ .

- Chứng minh:  $OC \perp AM$  và  $AM // OD$ ;
- Chứng minh:  $AC \cdot BD = R^2$ ;
- Chứng minh:  $AB$  là tiếp tuyến đường tròn đường kính  $CD$ ;
- Gọi  $K$  là giao điểm của  $AD$  và  $BC$ . Chứng minh  $MK \perp AB$ ;
- Tim vị trí điểm  $M$  sao cho diện tích tứ giác  $ACDB$  nhỏ nhất.

**Câu 3.** Cho hai đường tròn  $(O;R)$  và  $(O';r)$  tiếp xúc ngoài tại  $A$ . Vẽ tiếp tuyến chung ngoài  $DE$ , với  $D$  thuộc  $(O)$  và  $E$  thuộc  $(O')$ . kẻ tiếp tuyến chung trong tại  $A$  cắt  $DE$  tại  $I$ . Gọi  $M$  là giao điểm của  $OI$  và  $AD, N$  là giao điểm của  $O'I$  và  $AE$ .

- a) Chứng minh  $\triangle ADE$  vuông;
- b) Tứ giác AMIN là hình gì ? vì sao ?
- c) Chứng minh hệ thức:  $IM.OI = IN .IO'$ ;
- d) Chứng minh  $OO'$  là tiếp tuyến của đường tròn có đường kính là  $DE$  ;
- e) Tính độ dài  $DE$  biết rằng  $OA = 5\text{cm}, O'A = 3,2\text{cm}$  ;
- f) Chứng minh  $DE$  là tiếp tuyến của đường tròn đường kính  $OO'$ ;
- g) Chứng minh  $DE^2 = 4Rr$  .

**Câu 4.** Ở một cái thang dài 3m người ta ghi: "Để đảm bảo an toàn khi dùng thang, phải đặt thang này tạo với mặt đất một góc có độ lớn từ  $60^\circ$  đến  $70^\circ$ ". Đo góc thì khó hơn đo độ dài. Vậy hãy cho biết: Khi dùng thang đó, chân thang phải đặt cách tường khoảng bao nhiêu mét để đảm bảo an toàn?

**Câu 5.** Cho nửa đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB = 2R$  và dây cung  $AC = R$ . Gọi  $K$  là trung điểm của dây cung  $BC$ . Từ điểm  $B$  vẽ tiếp tuyến  $Bx$  của đường tròn  $(O)$ , tia  $Bx$  cắt tia  $OK$  tại điểm  $D$ .

- 1) Tính  $\sin BAC$ .
- 2) Chứng minh  $DC$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .
- 3) Vẽ đoạn thẳng  $CH$  vuông góc với đường kính  $AB$  tại điểm  $H$ , gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $CH$ . Tiếp tuyến tại  $A$  của đường tròn  $(O)$  cắt tia  $BI$  tại điểm  $E$ . Chứng minh ba điểm  $E, C, D$  thẳng hàng.

**Câu 6.** Cho nửa đường tròn  $(O; R)$ , đường kính  $AB$ . Trên nửa mặt phẳng bờ  $AB$  chứa nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến  $Bx$  với  $(O)$ . Điểm  $M$  di động trên tia  $Bx$ ,  $AM$  cắt  $(O)$  tại điểm  $N(N \neq A)$ . Gọi  $E$  là trung điểm của đoạn  $AN$ .

- a) Chứng minh các điểm  $E, O, B, M$  cùng thuộc một đường tròn.
- b) Tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại  $N$  cắt tia  $OE$  tại  $K$  và cắt  $MB$  tại  $D$ .  
Chứng minh  $KA$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$
- c) Tia  $OD$  cắt  $(O)$  tại  $I$ . Chứng minh  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp  $\triangle DNB$ .

**Câu 7.** Cho đường tròn  $(O; R)$  và một điểm  $A$  sao cho  $OA = 2R$ , vẽ các tiếp tuyến  $AB, AC$  với  $(O; R)$ ,  $B$  và  $C$  là các tiếp điểm. Vẽ đường kính  $BOD$ .

- a) Chứng minh 4 điểm  $A, B, O, C$  cùng thuộc một đường tròn.
- b) Chứng minh  $DC // OA$ .
- c) Đường trung trực của  $BD$  cắt  $AC$  và  $CD$  lần lượt tại  $S$  và  $E$ . Chứng minh rằng  $OCEA$  là hình thang cân.

d) Gọi I là giao điểm của đoạn OA và (O), K là giao điểm của tia SI và AB. Tính theo R diện tích tứ giác AKOS.

VINASTUDY.VN

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**

**ÔN TẬP TỔNG HỢP**

Tài liệu lớp học zoom 9.1 – 18h – 21h15 – Tối thứ 5 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Bài toán liên quan đến rút gọn biểu thức chứa căn**

**Câu 1.** Cho  $P = \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2\sqrt{x}-7}{x-\sqrt{x}-2}$  ( $\begin{matrix} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{matrix}$ ) với  $x \geq 0; x \neq 4$ .

a) Chứng minh  $P = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ . b) Tính giá trị của biểu thức  $P$  khi  $x = 3 - 2\sqrt{2}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P$ .

(Thi vào 10- Thái Bình - 2021).

**Câu 2.** Tìm giá trị lớn nhất của  $A = \frac{3}{2\sqrt{x}+1}$ .

**Câu 3.** Tìm giá trị nhỏ nhất của  $A = \frac{-\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2}$ .

**Câu 4.** Cho biểu thức  $Q = \left( \frac{x^2}{x^2 - \sqrt{x^3}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \right) \cdot \left( \frac{x+25}{x-\sqrt{x}+1} \right)$  với  $x > 0, x \neq 1$ .

a) Rút gọn biểu thức  $Q$  b) Tìm  $x$  để biểu thức  $Q$  đạt giá trị nhỏ nhất.

(Thi vào 10- Nam Định - 2021).

**Câu 5.** Cho  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$  và  $B = \frac{3}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+5}{x-1}$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

a) Tính  $A$  khi  $x = 4$  b) Chứng minh  $B = \frac{2}{\sqrt{x}+1}$

c) Tìm  $x$  để  $P = 2A.B + \sqrt{x}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

(Thi vào 10 – Hà Nội – 2020)

**Câu 6.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = \frac{2x + \sqrt{x} + 7}{\sqrt{x} + 1}$ .



*Đề thi học kì 1 – Đống Đa*

**Câu 13.** Cho hàm số bậc nhất  $y = (2m - 1)x - 2m + 5$  ( $m$  là tham số có đồ thị là đường thẳng  $(d)$ ) và hàm số  $y = 2x + 1$  có đồ thị là đường thẳng  $(d')$ .

- Tìm giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d)$  đi qua điểm  $A(2; -3)$ .
- Tìm giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d)$  song song với đường thẳng  $(d')$  và tính góc  $\alpha$  tạo bởi đường thẳng  $(d)$  với trục  $Ox$  trong trường hợp này.

*Đề thi học kì 1 – Tây Hồ*

**Câu 14.** Cho hàm số:  $y = x - 2$  có đồ thị là đường thẳng  $(d)$

- Vẽ đường thẳng  $(d)$  trên mặt phẳng tọa độ Oxy.
- Xác định hệ số  $a, b$  của hàm số bậc nhất  $y = ax + b$  biết đồ thị hàm số này là đường thẳng đi qua điểm  $A(1; -5)$  và song song với đường thẳng  $(d)$ .
- Tìm giá trị của  $m$  để đường thẳng  $y = (m - 3)x + 5$  (với  $m$  là tham số và  $m \neq 3$ ) cắt đường thẳng  $(d)$  tại một điểm nằm bên phải trục tung.

*Đề thi học kì 1 – Hoàng Mai*

**Câu 15.** Trong hệ trục tọa độ Oxy cho đường thẳng  $(d): 3x - y - 4 = 0$  và điểm  $A(1; -2)$ .

- Xác định vị trí tương đối của điểm  $A$  và đường thẳng  $(d)$ .
- Viết phương trình của đường thẳng  $(d_1)$  đi qua  $A$  và song song với  $(d)$ .
- Viết phương trình của đường thẳng  $(d_2)$  đi qua  $A$  và vuông góc với  $(d)$ .
- Cho đường thẳng  $(\Delta): (2 - a)x + ay - 4 = 0$ . Xác định  $a$  để 3 đường thẳng  $(d_1); (d_2)$  và  $(\Delta)$  đồng qui.
- Chứng minh rằng khi  $a$  thay đổi thì đường thẳng  $(\Delta)$  luôn đi qua một điểm cố định. Tìm điểm cố định đó.

**Bài 16.** Cho đường thẳng  $(d)$  có phương trình:  $y = (a - 2)x + 2$ .

- Chứng minh rằng  $(d)$  luôn đi qua 1 điểm cố định khi  $a$  thay đổi.
- Tìm giá trị của  $a$  để khoảng cách từ gốc tọa độ  $O$  đến đường thẳng  $(d)$  bằng 1.
- Tìm giá trị của  $m$  để khoảng cách từ gốc tọa độ  $O$  đến đường thẳng  $(d)$  là lớn nhất.

**Câu 17.** Cho đường thẳng  $y = 4x$   $(d)$ . Viết phương trình đường thẳng  $(d')$  song song với  $(d)$  cắt trục  $Ox$  tại  $A$ , trục  $Oy$  tại  $B$  và diện tích tam giác  $AOB$  bằng 8.

**Câu 18.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho 4 điểm  $A, B, C, D$  có tọa độ nguyên như sau:

$A(4; 5); B(1; -1); C(4; -4); D(7; -1)$

- Viết phương trình của các đường thẳng  $AB, BC, CA, AD$ .
- Tính các góc của tứ giác  $ABCD$  bằng máy tính bỏ túi.