

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**  
**HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 18.02**

Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: .....Ngày học: .....

1. (10 điểm) Các con chụp ảnh vở ghi kèm bài tập nhé!

2. Bài tập

Câu 5. Giải hệ: b) 
$$\begin{cases} (x-1)(y^2+6) = y(x^2+1) \\ (y-1)(x^2+6) = x(y^2+1) \end{cases}$$

HD:

$$\text{b) } \begin{cases} (x-1)(y^2+6) = y(x^2+1) & (1) \\ (y-1)(x^2+6) = x(y^2+1) & (2) \end{cases}$$

Trừ vế với vế của 2 phương trình (1) và (2) ta được:  $(x-y)(x+y-2xy+7) = 0$

Trường hợp 1:  $x = y$ , thế vào phương trình (1) ta được:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Trường hợp 2:  $x + y - 2xy + 7 = 0 \Leftrightarrow 2xy = x + y + 7$

Cộng vế với vế của 2 phương trình (1) và (2) ta được

$$5(x+y) - (x^2 + y^2) - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5(x+y) - (x+y)^2 + 2xy - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow -(x+y)^2 + 6(x+y) - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 1 \\ x+y = 5 \end{cases}$$

+) Nếu  $x + y = 1 \Rightarrow xy = 4$  (loại)

$$\text{+) Nếu } x + y = 5 \Rightarrow xy = 6 \Rightarrow \begin{cases} x = 2, y = 3 \\ x = 3, y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm là:  $(2;2), (3;3), (2;3), (3;2)$ .

Câu 8. Giải phương trình  $4x^2 + 4x - 3 = 2\sqrt{4x+6}$

HD:

+) ĐK:

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 6 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{-3}{2} \\ 4x^2 + 4x - 3 \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} (*)$$

Ta có:  $4x^2 + 4x - 3 = 2\sqrt{4x+6}$

$$\Leftrightarrow (2x+1)^2 - 4 = 2\sqrt{4x+6}$$

Đặt  $y = \sqrt{4x+6}$ ,  $y > 0$  (do \*) và  $t = 2x+1$ ,  $t > 0$

$$\Rightarrow y^2 = 4x+6 = 2(2x+1)+4 \Rightarrow y^2 - 4 = 2t$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} t^2 - 4 = 2y & (1) \\ y^2 - 4 = 2t & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) trừ (2), ta có:  $t^2 - y^2 = 2(y - t)$

$$\Rightarrow (t - y)(t + y + 2) = 0$$

Trường hợp 1:  $t = y \Rightarrow 2x + 1 = \sqrt{4x + 6} \Rightarrow y^2 - 2y - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 1 + \sqrt{5} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{2} \\ y = 1 - \sqrt{5} \text{ (KTM)} \end{cases}$

Trường hợp 2:  $t + y + 2 = 0$  (loại do  $y > 0, t > 0$ )

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $\left\{ \frac{\sqrt{5}}{2} \right\}$ .

## HÌNH HỌC

**Câu 6.** Cho nửa đường tròn  $(O; R)$  đường kính AB. Một điểm M cố định thuộc đoạn thẳng OB (M khác B và O). Đường thẳng d vuông góc với AB tại M cắt nửa đường tròn đã cho tại N. Trên cung NB lấy điểm E bất kì (E khác N và B). Tia BE cắt đường thẳng d tại C, đường thẳng AC cắt nửa đường tròn tại D. Gọi H là giao điểm của AE và đường thẳng d.

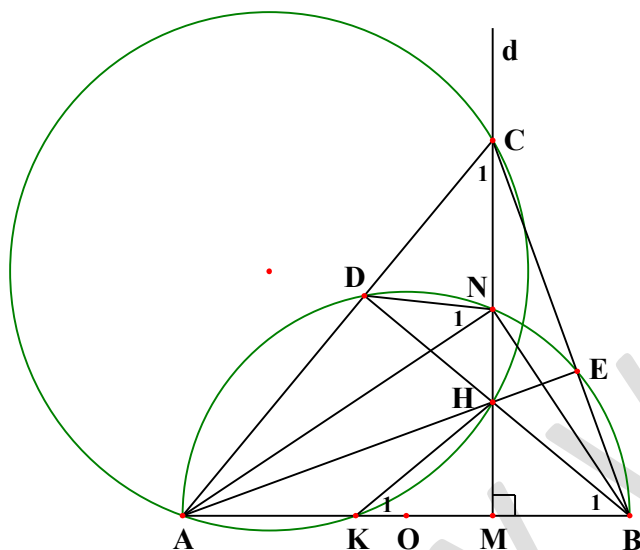
a) Chứng minh tứ giác BMHE nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh 3 điểm B, H, D thẳng hàng.

c) Tính giá trị của biểu thức  $BN^2 + AD \cdot AC$  theo R.

d) Đường tròn ngoại tiếp tam giác AHC cắt AB tại K. chứng minh rằng khi E di động trên cung NB thì độ dài đoạn thẳng BK không đổi.

HD:



a. Tứ giác BMHE có:  $\widehat{BEH} = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\widehat{BMH} = 90^\circ$  ( $d \perp AB$ )  $\Rightarrow \widehat{BEH} + \widehat{BMH} = 180^\circ \Rightarrow$  Tứ giác BMHE nội tiếp.

b. Ta có  $\widehat{AEB} = \widehat{ADB} = 90^\circ$  (các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow AE \perp CB; BD \perp CA \Rightarrow AE, BD, CM$  là 3 đường cao của  $\Delta CAB$  nên chúng đồng quy

Mà AE cắt CM tại H  $\Rightarrow H \in BD$ , hay 3 điểm B, H, D thẳng hàng.

c. Vì  $\Delta AMC$  vuông tại M nên  $\widehat{CAB} + \widehat{C}_1 = 90^\circ$

Vì  $\Delta ADB$  vuông tại D nên  $\widehat{CAB} + \widehat{B}_1 = 90^\circ \Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{B}_1$

Mặt khác,  $\widehat{N}_1 = \widehat{B}_1$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AD của (O))  $\Rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{C}_1$

$\Delta AND$  và  $\Delta ACN$  có:  $\widehat{CAN}$  chung;  $\widehat{N}_1 = \widehat{C}_1 \Rightarrow \Delta AND \cong \Delta ACN$  (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{AD}{AN} \Rightarrow AN^2 = AD \cdot AC \Rightarrow BN^2 + AD \cdot AC = BN^2 + AN^2$$

Vì  $\widehat{ANB} = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên áp dụng định lí Py-ta-go vào  $\Delta ANB$  vuông tại N, ta có:  $BN^2 + AN^2 = AB^2 = 4R^2$ . Do đó  $BN^2 + AD \cdot AC = 4R^2$ .

d. Theo giả thiết thì tứ giác ACHK nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{K}_1 = \widehat{C}_1 (=180^\circ - \widehat{AKH}) \Rightarrow \widehat{K}_1 = \widehat{B}_1 \text{ (do } \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1)$$

$\Rightarrow \Delta HKB$  cân tại H  $\Rightarrow$  HM là đường cao thì cũng là đường trung tuyến của  $\Delta HKB$

$\Rightarrow BK = 2BM$  không đổi (vì M và B cố định). Vậy độ dài BK không đổi khi E di động trên cung NB.