

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH- HỆ ĐỐI XỨNG LOẠI 2 VÀ ỨNG DỤNG

Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

1. Giải hệ phương trình đối xứng loại 2

+ Hệ pt đối xứng loại 2 là hệ 2 phương trình mà khi ta thay x bởi y , y bởi x thì phương trình trên trở thành phương trình dưới và ngược lại.

+ VD: Giải hệ
$$\begin{cases} x^2 + y = 2 \\ y^2 + x = 2 \end{cases}$$

PP giải: Trừ tương ứng, được phương trình tích có dạng $(x - y).f(x, y) = 0$.

Giải y theo x, thế vào một trong hai phương trình ban đầu ta tìm được nghiệm.

Câu 1. Giải hệ

a)
$$\begin{cases} x^2 = 3x + 2y \\ y^2 = 3y + 2x \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x^3 + 1 = 2y \\ y^3 + 1 = 2x \end{cases}$$

Câu 2. Giải hệ

a)
$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = \frac{3}{x} \\ 2y + \frac{1}{x} = \frac{3}{y} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{3}{x^2} = 2x + y \\ \frac{3}{y^2} = 2y + x \end{cases}$$

Câu 3. Giải hệ
$$\begin{cases} \sqrt{x+9} + \sqrt{y-7} = 4 \\ \sqrt{x-7} + \sqrt{y+9} = 4 \end{cases}$$

Câu 4. Giải hệ
$$\begin{cases} 2x^2 = y + \frac{1}{y} \\ 2y^2 = x + \frac{1}{x} \end{cases}$$

Câu 5. Giải hệ

a)
$$\begin{cases} x^3 = 2x + y \\ y^3 = 2y + x \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} (x-1)(y^2+6) = y(x^2+1) \\ (y-1)(x^2+6) = x(y^2+1) \end{cases}$$

Câu 6. Giải các hệ

a)
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{2-y} = 2 \\ \sqrt{y} + \sqrt{2-x} = 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \sqrt{5x+1} + \sqrt{12-y} = 7 \\ \sqrt{5y+1} + \sqrt{12-x} = 7 \end{cases}$$

2. Ứng dụng hệ đối xứng loại hai:

Giải phương trình dạng $x^n + b = a\sqrt[n]{ax - b}$ bằng cách đặt ẩn phụ đưa về hệ đối xứng loại hai.

PP: Đặt $y = \sqrt[n]{ax - b}$, ta có hệ:
$$\begin{cases} x^n + b = ay \\ y^n + b = ax \end{cases}$$

Câu 7. Giải phương trình

a) $x^2 - 4 = 3\sqrt{3x + 4}$ b) $x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x - 1}$

Câu 8. Giải phương trình $4x^2 + 4x - 3 = 2\sqrt{4x + 6}$

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
ÔN TẬP TỔNG HỢP

Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Một điểm M di động trên cung nhỏ BC , AM cắt CD tại N và tia CM cắt AB tại S .

- Chứng minh $SM.SC = SA.SB$.
- Kẻ CH vuông góc với AM tại H . Chứng minh tứ giác $AOHC$ nội tiếp đường tròn.
- Gọi E là hình chiếu của M trên CD . Chứng minh $OH // DM$ và H là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle MOE$

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $(AB < AC)$. Lấy điểm M thuộc cạnh AC . Vẽ đường tròn (O) đường kính MC cắt BC tại E , BM cắt (O) tại N , AN cắt (O) tại D , ED cắt AC tại H .

- Chứng minh tứ giác $BANC$ nội tiếp.
- Chứng minh $MH.HC = EH^2$ và M cách đều ba cạnh của tam giác ANE .
- Lấy I đối xứng với M qua A , lấy điểm K đối xứng với M qua E . Tìm vị trí của M để đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK có bán kính nhỏ nhất.

Câu 3. Cho đường tròn tâm O và một dây cung AB không đi qua tâm. Từ điểm chính giữa P của cung lớn AB kẻ đường kính PQ , cắt dây AB tại D . Gọi M là một điểm bất kì trên cung lớn AB , QM cắt AB tại I , PM cắt AB tại C .

- Chứng minh tứ giác $DIMP$ là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh $CM.CP = CI.CD$.
- Gọi N là giao điểm của đường tròn tâm O và đoạn thẳng CQ . Chứng minh PN, QI, AB đồng qui.
- Xác định vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tích $IM.IQ$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 4. Cho đường tròn tâm O , bán kính R . Từ một điểm M ở ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Qua A , kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E (E khác A), đường thẳng ME cắt đường tròn tại F (F khác E), đường thẳng AF cắt MO tại N , H là giao điểm của MO và AB .

- Chứng minh: Tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh: $MN^2 = NF.NA$ và $MN = NH$.

c) Chứng minh: $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$.

Câu 5. Cho điểm M nằm bên ngoài đường tròn $(O; R)$. Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn đó (A, B là tiếp điểm). Qua điểm A kẻ đường thẳng song song với MB cắt đường tròn $(O; R)$ tại C . Nối MC cắt đường tròn $(O; R)$ tại D . Tia AD cắt MB tại E .

- Chứng minh $MAOB$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh $EM = EB$.
- Xác định vị trí của điểm M để $BD \perp MA$.

Câu 6. Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Một điểm M cố định thuộc đoạn thẳng OB (M khác B và O). Đường thẳng d vuông góc với AB tại M cắt nửa đường tròn đã cho tại N . Trên cung NB lấy điểm E bất kì (E khác N và B). Tia BE cắt đường thẳng d tại C , đường thẳng AC cắt nửa đường tròn tại D . Gọi H là giao điểm của AE và đường thẳng d .

- Chứng minh tứ giác $BMHE$ nội tiếp được đường tròn.
- Chứng minh 3 điểm B, H, D thẳng hàng.
- Tính giá trị của biểu thức $BN^2 + AD \cdot AC$ theo R .
- Đường tròn ngoại tiếp tam giác AHC cắt AB tại K . chứng minh rằng khi E di động trên cung NB thì độ dài đoạn thẳng BK không đổi.

Giáo viên: Nguyễn Thành Long