BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 25.02
Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

1. (10 điểm) Các con chụp ảnh vở ghi kèm bài tập nhé!

2. Bài tập

ĐẠI SỐ

Câu 4. Giải hệ $\begin{cases} x^2 - y^2 + 2y = 9 \\ x^2 + xy + y^2 - x - 2y = 12 \end{cases}$

HD:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 2y = 9 \\ x^2 + xy + y^2 - x - 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - \left(y^2 - 2y + 1\right) = 8 \\ x^2 + x(y-1) + \left(y^2 - 2y + 1\right) = 13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - (y-1)^2 = 8 \\ x^2 + x(y-1) + (y-1)^2 = 13 \end{cases}$$

Đặt $z = y + 1$, hệ phương trình đã cho trở thành :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - z^2 = 8 \ (1) \\ x^2 + xz + z^2 = 13 \ (2) \end{cases}.$$

Từ (1), (2) ta có:

$$13\left(x^2 - z^2\right) - 8\left(x^2 + xz + z^2\right) = 0 \Rightarrow 5x^2 - 8xz - 21z^2 = 0 \Rightarrow (5x + 7z)(x - 3z) = 0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 5x = -7z, (1) \Rightarrow \dfrac{49}{25}z^2 - z^2 = 8 \Rightarrow \dfrac{24}{25}z^2 = 8 \Rightarrow z^2 = \dfrac{25}{3} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z = \dfrac{5}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \dfrac{-7}{\sqrt{3}}; y = \dfrac{5}{\sqrt{3}} - 1 \\ z = \dfrac{-5}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \dfrac{7}{\sqrt{3}}; y = \dfrac{-5}{\sqrt{3}} - 1 \end{array}\right. \\ x = 3z, (1) \Rightarrow 9z^2 - z^2 = 8 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z = 1 \Rightarrow x = 3; y = 0 \\ z = -1 \Rightarrow x = -3; y = -2 \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm:

$$(x, y) \in \left\{\left(\frac{-7}{\sqrt{3}}; \frac{5}{\sqrt{3}} - 1\right); \left(\frac{7}{\sqrt{3}}; \frac{-5}{\sqrt{3}} - 1\right); (3; 0); (-3; -2)\right\}$$

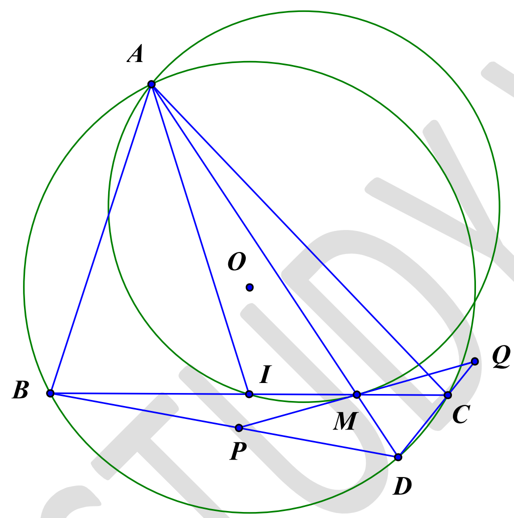
HÌNH HỌC

Câu 7. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), I là trung điểm của BC, M là một điểm trên đoạn CI (M khác C và I). Đường thẳng AM cắt (O) tại D, tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AIM tại M cắt BD và DC tại P và Q.

a) Chứng minh DM.AI= MP.IB

b) Chứng minh rằng: MP=MQ

HD:



a) Ta có $\widehat{ACI}=\widehat{PDM}$ (cùng chắn cung AB)

$\widehat{PMA}=\frac{1}{2}$ số đo cung nhỏ AM

$\Rightarrow \widehat{PMD}=\frac{1}{2}$ số đo cung lớn AM $\Rightarrow \widehat{PMD}=\widehat{AIM}=\widehat{AIC}$

$\Rightarrow \Delta AIC \backsim \Delta PMD$ (g.g) $\Rightarrow \frac{IA}{MP}=\frac{IC}{MD} \Rightarrow MD.IA=MP.IC \Rightarrow MD.IA=MP.IB$ (đpcm)

b) Chứng minh tương tự ta có $\Delta AIB \backsim \Delta QMD$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{IA}{MQ}=\frac{IB}{MD} \Rightarrow MD.IA=MQ.IB$

Mà $MD.IA=MP.IB \Rightarrow MQ=MP$ (đpcm)

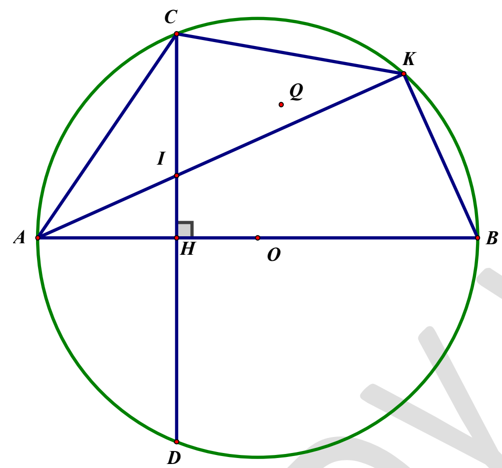
Câu 8. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB cố định. H là điểm cố định thuộc đoạn OA (H không trùng O và A). Qua H vẽ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường tròn tâm O tại C và D. Gọi K là điểm tùy ý thuộc cung lớn CD (K không trùng các điểm $C;D$ và B). Gọi I là giao điểm của AK và CD.

a) Chứng minh tứ giác $HIKB$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $AI.AK=AH.AB$.

c) Chứng minh khi điểm K thay đổi trên cung lớn CD của đường tròn tâm O thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác KCI luôn thuộc một đường thẳng cố định.

HD:



a) Do $\widehat{IHB}+\widehat{IKC}=180^0$ nên tứ giác $HIKB$ nội tiếp đường tròn.

b) $\Delta AHI \backsim \Delta AKB$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{AI}{AB}=\dfrac{AH}{AK}\Rightarrow AI.AK=AH.AB$

c) Đường kính AB vuông góc với dây CD tại H (gt), suy ra $HC=HD\Rightarrow AC=AD$

Suy ra sđ$\overset\frown{AC}=$sđ$\overset\frown{AD}$.

Suy ra $\widehat{ACD}=\widehat{AKC}$ (cùng chắn hai cung bằng nhau).

Mặt khác tia CA và điểm K nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng CI.

Suy ra CA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác KCI tại tiếp điểm C.

(H/s có thể chứng minh $AC^2=AI.AK$ để suy ra CA là tiếp tuyến).

Gọi Q là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác KCI, suy ra Q nằm trên đường thẳng vuông góc với CA tại C.

Mặt khác $CB\perp CA$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), suy ra Q thuộc đường thẳng CB cố định (đpcm).