

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**  
**GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH- HỆ ĐẲNG CẤP**  
**Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng**

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**1. Phương trình đẳng cấp**

VD. Giải phương trình

a)  $x^2 + xy - 6y^2 = 0$

b)  $x^3 - 2x^2y - 5xy^2 + 6y^3 = 0$

**2. Hệ đẳng cấp bậc 2**  $\begin{cases} a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1 \\ a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 = d_2 \end{cases}$

**Câu 1.** Giải hệ  $\begin{cases} 2x^2 - xy - y^2 = 8 \\ x^2 + xy - 3y^2 = 3 \end{cases}$

**Câu 2.** Giải hệ  $\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x^2y + 2xy^2 + y^3 = 2 \end{cases}$

**3. Biến đổi đưa về hệ đẳng cấp**

**Câu 3.** Giải hệ  $\begin{cases} \frac{x}{y}(x^2 + y^2) = \frac{5}{2} \\ \frac{y}{x}(x^2 - y^2) = -6 \end{cases}$

**Câu 4.** Giải hệ  $\begin{cases} x^2 - y^2 + 2y = 9 \\ x^2 + xy + y^2 - x - 2y = 12 \end{cases}$

**4. Hệ phương trình có tích hai vế đẳng cấp.**

**Câu 5.** Giải hệ  $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 3 \\ x^3 + 2y^3 - 2x - y = 0 \end{cases}$

**Câu 6.** Giải hệ  $\begin{cases} x^3 - y^3 - 8x = 2y \\ x^2 - 3y^2 = 6 \end{cases}$

**Câu 7.** Chuyên sư phạm HN

Giải hệ phương trình nghiệm hữu tỉ  $\begin{cases} x^3 - 2y^3 = x + 4y \\ 6x^2 - 19xy + 15y^2 = 1 \end{cases}$

**Giáo viên: Trần Ngọc Hà**

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**  
**ÔN TẬP TỔNG HỢP**

**Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng**

**Họ và tên:** .....**Ngày học:** .....

**Câu 1.** Cho nửa đường tròn  $(O; R)$  đường kính  $AB$ . Một điểm  $M$  cố định thuộc đoạn thẳng  $OB$  ( $M$  khác  $B$  và  $O$ ). Đường thẳng  $d$  vuông góc với  $AB$  tại  $M$  cắt nửa đường tròn đã cho tại  $N$ . Trên cung  $NB$  lấy điểm  $E$  bất kì ( $E$  khác  $N$  và  $B$ ). Tia  $BE$  cắt đường thẳng  $d$  tại  $C$ , đường thẳng  $AC$  cắt nửa đường tròn tại  $D$ . Gọi  $H$  là giao điểm của  $AE$  và đường thẳng  $d$ .

- a) Chứng minh tứ giác  $BMHE$  nội tiếp được đường tròn.
- b) Chứng minh 3 điểm  $B, H, D$  thẳng hàng.
- c) Tính giá trị của biểu thức  $BN^2 + AD.AC$  theo  $R$ .
- d) Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AHC$  cắt  $AB$  tại  $K$ . chứng minh rằng khi  $E$  di động trên cung  $NB$  thì độ dài đoạn thẳng  $BK$  không đổi.

**Câu 2.** Cho đường tròn  $(O)$ , đường kính  $AB$  cố định. Điểm  $H$  cố định nằm giữa hai điểm  $A$  và  $O$  sao cho  $AH < OH$ . Kẻ dây cung  $MN$  vuông góc với  $AB$  tại  $H$ . Gọi  $C$  là điểm tùy ý thuộc cung lớn  $MN$  sao cho  $C$  không trùng với  $M, N$  và  $B$ . Gọi  $K$  là giao điểm của  $AC$  và  $MN$ .

- a) Chứng minh tứ giác  $BCKH$  nội tiếp
- b) Chứng minh tam giác  $AMK$  đồng dạng với tam giác  $ACM$
- c) Cho độ dài đoạn thẳng  $AH = a$ . Tính  $AK.AC - HA.HB$  theo  $a$
- d) Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $MKC$ . Xác định vị trí của điểm  $C$  để độ dài đoạn thẳng  $IN$  nhỏ nhất.

**Câu 3.** Từ điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn  $(O)$  kẻ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  với đường tròn ( $B, C$  là các tiếp điểm). Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng  $AO$  chứa điểm  $B$  vẽ cát tuyến  $AMN$  với đường tròn  $(O)$  ( $AM < AN, MN$  không đi qua  $O$ ). Gọi  $I$  là trung điểm của  $MN$

- a) Chứng minh: Tứ giác  $AIOC$  là tứ giác nội tiếp
- b) Gọi  $H$  là giao điểm của  $AO$  và  $BC$ . Chứng minh  $AH.AO = AM.AN$  và tứ giác  $MNOH$  là tứ giác nội tiếp.
- c) Qua  $M$  kẻ đường thẳng song song với  $BN$ , cắt  $AB$  và  $BC$  theo thứ tự tại  $E$  và  $F$ . Chứng minh rằng  $M$  là trung điểm của  $EF$ .

**Câu 4.** Cho đường tròn  $(O)$  có đường kính  $AB = 2R$ ,  $C$  là trung điểm của  $OA$  và dây  $MN$  vuông góc với  $OA$  tại  $C$ . Gọi  $K$  là điểm tùy ý trên cung nhỏ  $BM$ ,  $H$  là giao điểm của  $AK$  và  $MN$ .

- a) Chứng minh rằng tứ giác  $BCHK$  là tứ giác nội tiếp;

**Vinastudy – Chuyên bồi dưỡng Toán từ lớp 4 đến lớp 12**  
**Hệ thống khóa học video, lớp học tương tác qua zoom, học kèm trực tiếp**  
**Đc: Số 23 Ngõ 26 Nguyễn Hồng - Đống Đa - Hà Nội**

---

b) Tính tích AH.AK theo R.

c) Xác định vị trí của điểm K để tổng  $(KM + KN + KB)$  đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

**Câu 5.** Cho đường tròn tâm O, đường kính  $AB = 2R$ . Gọi  $d_1$  và  $d_2$  lần lượt là các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và B, I là trung điểm của đoạn thẳng OA, E là điểm thay đổi trên đường tròn (O) sao cho E không trùng với A và B. Đường thẳng d đi qua E và vuông góc với đường thẳng EI cắt  $d_1, d_2$  lần lượt tại M, N.

a) Chứng minh AMEI là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh  $IB.NE = 3.IE.NB$ .

c) Khi điểm E thay đổi, chứng minh tích  $AM.BN$  có giá trị không đổi và tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác MNI theo R.

**Câu 6.** Trên đường tròn tâm O, bán kính R, ta lấy hai điểm A, B tùy ý. Gọi C là điểm nằm giữa A và B ( $C \neq A; C \neq B$ ). Kẻ đường kính AD của đường tròn (O). Các tuyến đi qua C vuông góc với đường kính AD tại H, cắt đường tròn (O) tại M và N. Đường thẳng đi qua M và D cắt AB tại E. Kẻ EG vuông góc với AD tại G.

a) Chứng minh:  $AM^2 = AC.AB$

b) Chứng minh:  $AE.AB + DE.DM = 4R^2$

**Câu 7.** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), I là trung điểm của BC, M là một điểm trên đoạn CI (M khác C và I). Đường thẳng AM cắt (O) tại D, tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AIM tại M cắt BD và DC tại P và Q.

a) Chứng minh  $DM.AI = MP.IB$

b) Chứng minh rằng:  $MP = MQ$

**Câu 8.** Cho đường tròn tâm O, đường kính AB cố định. H là điểm cố định thuộc đoạn OA (H không trùng O và A). Qua H vẽ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường tròn tâm O tại C và D. Gọi K là điểm tùy ý thuộc cung lớn CD (K không trùng các điểm C; D và B). Gọi I là giao điểm của AK và CD.

a) Chứng minh tứ giác HIKB nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh  $AI.AK = AH.AB$ .

c) Chứng minh khi điểm K thay đổi trên cung lớn CD của đường tròn tâm O thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác KCI luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Giáo viên: Nguyễn Thành Long