BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 04.03

Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

1. (10 điểm) Các con chụp ảnh vở ghi nộp kèm bài tập về nhà nhé!

2. Bài tập

ĐẠI SỐ

Câu 10(Chu Văn An). Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn $x+y+z=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=\sqrt{2x^2+x+1}+\sqrt{2y^2+y+1}+\sqrt{2z^2+z+1}$.

HD:

Ta có: $x\left(x-1\right)\le 0\Rightarrow \sqrt{2x^2+x+1}\le \sqrt{x^2+2x+1}=x+1$

Tương tự $\sqrt{2y^2+y+1}\le \sqrt{y^2+2y+1}=y+1$

$\sqrt{2z^2+z+1}\le \sqrt{z^2+2z+1}=z+1$

Suy ra $Q\le x+1+y+1+z+1=4$

Dấu "=" xảy ra khi $\left[\begin{array}{l} x=y=0,\ z=1 \\ y=z=0,\ x=1 \\ z=x=0,\ y=1 \end{array}\right.$

HÌNH HỌC

Câu 7. Cho đường tròn $\left(O;R\right)$, kẻ đường kính AB. Điểm M bất kì trên $\left(O\right)$ sao cho $MA<MB$ $\left(M\ne A,B\right)$. Kẻ $MH\perp AB$ tại H. Vẽ đường tròn $\left(I\right)$ đường kính MH cắt MA, MB lần lượt tại E và F.

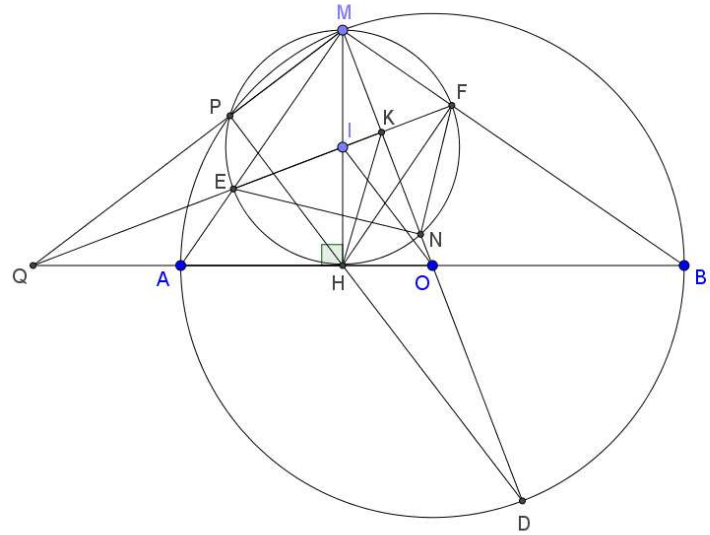
a) Chứng minh $MH^2=MF.MB$ và ba điểm E,I,F thẳng hàng.

b) Kẻ đường kính MD của đường tròn $\left(O\right)$, MD cắt đường tròn $\left(I\right)$ tại điểm thứ hai là $N\left(N\ne M\right)$. Chứng minh tứ giác $BONF$ nội tiếp.

c) MD cắt EF tại K. Chứng minh $MK\perp EF$ và $\widehat{MHK}=\widehat{MDH}$.

d) Đường tròn $\left(I\right)$ cắt đường tròn $\left(O\right)$ tại điểm thứ hai là P $\left(P\ne M\right)$. Chứng minh ba đường thẳng MP, EF và BA đồng quy.

HD:



a) Xét Δ FMH vuông tại F và ΔHMB vuông tại H ta có:

$\widehat{MHB}$ chung

$\Rightarrow \Delta$ FMH $\backsim$ ΔHMB (g – g)

$\Rightarrow \frac{MF}{HM} = \frac{MH}{MB}$ (các đoạn thẳng tương ứng)

$\Rightarrow$ $MH^2 = MF.MB$ (đpcm)

+) Ta có: M thuộc đường tròn (O) nên $\widehat{AMB} = 90^0$

Do đó: $\widehat{EMF} = 90^0$; M; E; F thuộc đường tròn (I)

Suy ra: EF là đường kính của đường tròn (I)

Hay E, I, F thẳng hàng.

b) Ta có: N, H, M, F thuộc đường tròn (I) nên $\widehat{MNF} = \widehat{MHF}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung)

Mà: $\widehat{MHF} = \widehat{MBH}$ (cùng phụ với $\widehat{FHB}$)

Nên $\widehat{MBH} = \widehat{MNF}$

Lại có: $\widehat{MHF} + \widehat{FNO} = 180^0$ nên $\widehat{FBO} + \widehat{FNO} = 180^0$

Suy ra: BONF nội tiếp.

c) Ta có: $\widehat{MNF} = \widehat{MBO}$ (cmt).

Mà: $\widehat{MBO} = \widehat{OMB}$ (vì ΔOMB cân tại O)

Do đó: $\widehat{MNF} = \widehat{OMB}$

$\Rightarrow$ sđ $\overset{\frown}{MF}$ = sđ $\overset{\frown}{FN}$

$\Rightarrow$ F là điểm chính giữa của $\overset{\frown}{MN}$

Mà: EF là đướng kính nên EF $\perp$ MN (đpcm)

+) Xét tứ giác IKOH ta có:

$\widehat{IKN} = \widehat{IHO} = 90^0$

Do đó tứ giác IKOH nội tiếp (dhnb)

$\Rightarrow \widehat{IHK} = \widehat{INK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung)

+) Xét tam giác DHM ta có:

I là trung điểm của MH; O là trung điểm của MD (gt)

$\Rightarrow$ IO là đường trung bình của Δ DHM (dhnb)

$\Rightarrow$ IO // HD (tc)

$\Rightarrow \widehat{MOI} = \widehat{MDH}$ (hai góc đồng vị)

Suy ra: $\widehat{HDM} = \widehat{MHK}$ (đpcm)

d) Gọi giao điểm của PM và AB là: Q.

+) Ta có: P thuộc đường tròn tâm (I) đường kính MH nên $\widehat{MPH} = 90^0$

+) P thuộc đường tròn tâm (O) đường kính MD nên $\widehat{MPD} = 90^0$

Do đó: P, H, D thẳng hàng.

+) Lại có: HD // OI ; DP $\perp$ QM nên OI $\perp$ QM.

+) Xét tam giác QMO ta có:

MH $\perp$ QO (gt); OI $\perp$ QM (cmt)

OI $\cap$ MH = I nên I là trực tâm của Δ QMO (dhnb)

Lại có: K $\in$ MO; IK $\perp$ MO nên IK thuộc đường cao hạ từ Q.

Do đó: Q, I, K thẳng hàng.

Mà: I, K, E, F thẳng hàng nên Q, E, F thẳng hàng.

Vậy ba đường thẳng MP, EF và BA cùng cắt nhau tại Q (đpcm).