# BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

## CÂU ĐIỂM 10 – GIỮA KÌ 2

Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

**Họ và tên: ..........................................................Ngày học: ...................................................................**

**Câu 1**(Nam Trung Yên). Giải phương trình: $x^2+2019\sqrt{2x^2+1}=x+1+2019\sqrt{x^2+x+2}$.

**Câu 2**(Ba Đình). Giải phương trình

$\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2+2x-3}$

**Câu 3**(Giảng Võ). Giải phương trình: $\sqrt{x^2-x-2}+\sqrt{x^2-7x+14}=2$.

**Câu 4**(Nguyễn Trường Tộ). Cho $x,y>0$ và $x+y=1$.

Tìm GTNN của biểu thức $A=\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{1}{xy}$.

**Câu 5**(Bắc Từ Liêm). Cho các số thực $a,b$ không âm thỏa mãn $a^2+b^2\le 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $C=\sqrt{a(29a+3b)}+\sqrt{b(29b+3a)}$.

**Câu 6**(Tây Hồ). Cho hai số dương $x,y$ thỏa mãn $x+y=1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2+\left(y+\dfrac{1}{y}\right)^2$.

**Câu 7**(Thái Thịnh). Cho $x>0,y>0$ và $x+y\le 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $T=\dfrac{1}{x^2+xy}+\dfrac{1}{y^2+xy}$

**Câu 8**(Hà Đông). Với $x,y,z$ là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức $xy+yz+zx=5$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{3x+3y+2z}{\sqrt{6(x^2+5)}+\sqrt{6(y^2+5)}+\sqrt{z^2+5}}$

**Câu 9**(Dịch Vọng Hậu). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\dfrac{x+3\sqrt{x-2}}{x+4\sqrt{x-2}+1}$.

**Câu 10**(Chu Văn An). Cho các số không âm $x,y,z$ thỏa mãn $x+y+z=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=\sqrt{2x^2+x+1}+\sqrt{2y^2+y+1}+\sqrt{2z^2+z+1}$.

**Câu 11**(Đống Đa). Cho các số thực dương $x,y$ thỏa mãn $(x+y-1)^2=xy$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{xy}+\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{\sqrt{xy}}{x+y}$.

**Câu 12**(Am). Cho $a,b,c$ là các số thực không âm thỏa mãn $a+b+c=1$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2 - 3ab$

**Câu 13**(Lĩnh Nam). Tìm $x, y \geq 0$ sao cho

$$\left(x^2 + 4y + 8\right)\left(y^2 + 4x + 8\right) = \left(3x + 5y + 4\right)\left(5x + 3y + 4\right)$$

**Câu 14**(Thanh Xuân). Cho $a, b, c$ là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông với cạnh huyền có độ dài là $a$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \left(1 + \frac{b}{a}\right)\left(1 + \frac{c}{a}\right)$.

**Giáo viên: Trần Ngọc Hà**

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

ÔN TẬP TỔNG HỢP

Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

**Họ và tên:** ..........................................................**Ngày học:** ....................................................................

**Câu 1.** Cho đường tròn tâm $O$, đường kính $AB$ cố định. $H$ là điểm cố định thuộc đoạn $OA$ ($H$ không trùng $O$ và $A$). Qua $H$ vẽ đường thẳng vuông góc với $AB$ cắt đường tròn tâm $O$ tại $C$ và $D$. Gọi $K$ là điểm tùy ý thuộc cung lớn $CD$ ($K$ không trùng các điểm $C;D$ và $B$). Gọi $I$ là giao điểm của $AK$ và $CD$.

a) Chứng minh tứ giác $HIKB$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $AI.AK = AH.AB$.

c) Chứng minh khi điểm $K$ thay đổi trên cung lớn $CD$ của đường tròn tâm $O$ thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $KCI$ luôn thuộc một đường thẳng cố định.

**Câu 2.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (C) tâm O bán kinh R. Hai đường cao AE và BK của tam giác ABC cắt nhau tại H (với E thuộc BC, K thuộc AC).

a) Chứng minh tứ giác ABEK nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Chứng minh $CE.CB = CK.CA$.

c) Chứng minh $\widehat{OCA} = \widehat{BAE}$.

d) Cho B, C cố định và A di động trên (C) nhưng vẫn thoả mãn điều kiện tam giác ABC nhọn; khi đó H thuộc một đường tròn (T) cố định. Xác định tâm I và tính bán kính $r$ của đường tròn (T), biết R = 3 cm.

**Câu 3.** Cho tứ giác ABCD nội tiếp. Gọi I là giao điểm của AC và BD. Kẻ $IH \perp AB$ $IK \perp AD$ ($H \in AB, K \in AD$).

a) Chứng minh rằng tứ giác AHIK nội tiếp

b) Chứng minh rằng $IA.IC = IB.ID$

c) Chứng minh rằng tam giác HIK và tam giác BCD đồng dạng

d) Gọi S là diện tích tam giác ABD, $S'$ là diện tích tam giác HIK. Chứng minh rằng: $\dfrac{S'}{S} \le \dfrac{HK^2}{4AI^2}$

**Câu 4.** Cho tam giác ABC vuông tại A, M là một điểm thuộc cạnh AC (M khác A và C ). Đường tròn đường kính MC cắt BC tại N và cắt tia BM tại I. Chứng minh rằng:

a) NM là tia phân giác của góc $\widehat{ANI}$.

b) $BM.BI + CM.CA = AB^2 + AC^2$.

**Câu 5.** Cho đường tròn (O) và dây AB. M là điểm chính giữa cung AB. C thuộc AB, dây MD qua C.

a) Chứng minh $MA^2 = MC.MD$.

b) Chứng minh $MB.BD = BC.MD$.

c) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD tiếp xúc với MB tại B.

d) Gọi $R_1$, $R_2$ là bán kính các đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và ACD. Chứng minh $R_1 + R_2$ không đổi khi C di động trên AB.

**Câu 6.** Cho tam giác ABC (AB < AC) nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Trên cạnh BC lần lượt lấy hai điểm D và E (D nằm giữa B và E) sao cho $\widehat{DAB} = \widehat{EAC}$. Các tia AD và AE tương ứng cắt lại đường trong (O) tại I và J.

a) Chứng minh rằng: Phân giác của góc BAC đi qua điểm chính giữa của cung nhỏ IJ của đường tròn (O).

b) Chứng minh rằng: Tứ giác CBIJ là hình thang cân.

c) Kẻ tiếp tuyến $xy$ của đường tròn (O) tại điểm A. Chứng minh rằng: Đường thẳng $xy$ cũng là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE.

**Câu 7.** Cho đường tròn $(O;R)$, kẻ đường kính $AB$. Điểm $M$ bất kì trên $(O)$ sao cho $MA < MB\ (M \neq A, B)$. Kẻ $MH \perp AB$ tại $H$. Vẽ đường tròn $(I)$ đường kính $MH$ cắt MA, MB lần lượt tại $E$ và $F$.

a) Chứng minh $MH^2 = MF.MB$ và ba điểm $E, I, F$ thẳng hàng.

b) Kẻ đường kính $MD$ của đường tròn $(O)$, $MD$ cắt đường tròn $(I)$ tại điểm thứ hai là $N\,(N \neq M)$. Chứng minh tứ giác $BONF$ nội tiếp.

c) $MD$ cắt $EF$ tại $K$. Chứng minh $MK \perp EF$ và $\widehat{MHK} = \widehat{MDH}$.

d) Đường tròn $(I)$ cắt đường tròn $(O)$ tại điểm thứ hai là $P\ (P \neq M)$. Chứng minh ba đường thẳng $MP, EF$ và $BA$ đồng quy.

**Giáo viên: Nguyễn Thành Long**