BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 11.03

Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

1. (10 điểm) Các con chụp ảnh vở ghi Đại số và Hình học kèm bài tập nhé!

2. Bài tập

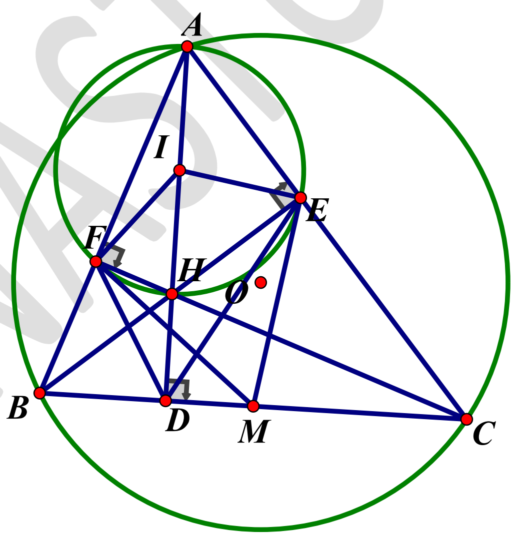
Câu 4. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE, CF (D thuộc BC, E thuộc AC, F thuộc AB) của tam giác cắt nhau tại H, M là trung điểm của cạnh BC

a) Chứng minh $AEHF$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh các đường thẳng ME, MF là các tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$

c) Chứng minh $DE + DF \le BC$

HD:



1) Chứng minh $AEHF$ là tứ giác nội tiếp

Xét tứ giác $AEHF$ có $\widehat{AFH} + \widehat{AEH} = 90° + 90° = 180°$

Mà hai góc này đối diện nhau trong tứ giác $AEHF$ nên tứ giác $AEHF$ là tứ giác nội tiếp trong đường tròn tâm I đường kính AH

2) Chứng minh các đường thẳng ME, MF là các tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$

Gọi I là trung điểm của $AH \Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$

$\Rightarrow IH = IF \Rightarrow \Delta IHF$ cân tại $I \Rightarrow \widehat{IFH} = \widehat{IHF}$ (tính chất tam giác cân)

Mà $\widehat{IHF} = \widehat{DHC}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{IFH} = \widehat{DHC}\,(1)$

Do ΔBFC vuông tại F, M là trung điểm của BC nên $MF = \frac{1}{2}BC = MC$ (định lý đường trung tuyến trong tam giác vuông) $\Rightarrow \Delta MFC$ cân tại M

$\Rightarrow \widehat{MFH} = \widehat{MCF}(2)$

Cộng (1) với (2) ta được: $\widehat{MFH} + \widehat{IFH} = \widehat{DHC} + \widehat{MCF} = 90^\circ$

(Do tam giác CDH vuông tại D)

Suy ra $\widehat{MFI} = 90^\circ \Rightarrow IF \perp MF$

Vậy MF là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$

Chứng minh tương tự ta được ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$

3) Chứng minh $DE + DF \le BC$

Giả sử $DE + DF \le BC \Leftrightarrow (DE + DF).BC \le BC^2 \Leftrightarrow DE.BC + DF.BC \le BC^2$

Dễ dàng chứng minh được các tứ giác $ACDF, ABDE$ là các tứ giác nội tiếp nên ta có:

$BC^2 = (BD + CD).BC = BD.BC + CB.CD = BF.BA + CE.CA$

Xét ΔBDF và ΔBAC có :

$\widehat{ABC}$ chung, $\widehat{BFD} = \widehat{BCA}$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp $ACDF$)

$\Rightarrow \Delta BDF \backsim \Delta BAC(g.g) \Rightarrow \frac{DF}{AC} = \frac{BF}{BC} \Rightarrow DF.BC = AC.BF\,(1)$

Chứng minh tương tự ta có $\Delta CDE \backsim \Delta CAB(g.g)$

$\Rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{CE}{BC} \Rightarrow DE.BC = AB.CE\,(2)$. Cộng vế theo vế của (1) và (2), ta có:

$DF.BC + DE.BC = AC.BF + AB.CE$

$\Rightarrow (DE + DF).BC = AC.BF + AB.CE$

Vì $(DE + DF).BC \le BC^2$

$\Rightarrow AC.BF + AB.CE \le BF.BA + CE.CA$

$\Rightarrow BF.BA + CE.CA - AC.BF - AB.CE \ge 0$

$\Leftrightarrow AC.(CE - BF) + AB.(BF - CE) \ge 0$

$\Leftrightarrow (CE - BF)(AC - AB) \ge 0\,(*)$

Không mất tính tổng quát, ta giả sử $AC \ge AB$, khi đó ta cần chứng minh $CE - BF \ge 0 \Leftrightarrow CE \ge BF$.