BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 18.03

Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

1. (10 điểm) Các con chụp ảnh vở ghi nộp kèm bài tập về nhà nhé!

2. Bài tập

Câu 6.

1. Giải phương trình $\left(2x^2-6x+5\right)(2x-3)^2=1$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+xy+y^2=1 \\ 2x^3=x-y \end{cases}$

HD:

1. $\left(2x^2-6x+5\right)(2x-3)^2=1 \Leftrightarrow \left(2x^2-6x+5\right)\left(4x^2-12x+9\right)=1$

Đặt $y=2x^2-6x+5\geq 0$

Phương trình trở thành $y(2y-1)=1 \Leftrightarrow 2y^2-y-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\dfrac{1}{2}\,(loai) \\ y=1 \end{array}\right.$

Với $y=1: 2x^2-6x+5=1 \Leftrightarrow 2x^2-6x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=1, x=2$

2. $\begin{cases} x^2+xy+y^2=1 \\ 2x^3=x-y \end{cases}$ (1)

Thay $1=x^2+xy+y^2$

từ (1) vào (2) ta được $2x^3=\left(x^2+xy+y^2\right)(x-y) \Leftrightarrow x^3+y^3=0 \Leftrightarrow y=-x$

Thế $y=-x$ vào (1) ta được $x^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow y=1 \\ x=1 \Rightarrow y=-1 \end{array}\right.$

Thử nghiệm thỏa mãn

Vậy hệ có nghiệm (x; y) $=(-1;1),(1;-1)$.

Câu 7.

1. Giải phương trình $x\left(5x^3+2\right)+2(\sqrt{2x+1}-1)=0$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2(4y+1)-2y=-3 \\ y^2\left(x^2-12y\right)+4y^2=9 \end{cases}$

HD:

1. ĐKXĐ $x \ge -\dfrac{1}{2}$

Ta có $x\left(5x^3+2\right)-2(\sqrt{2x+1}-1)=0$

$\Leftrightarrow 5x^4+2x-2\sqrt{2x+1}+2=0 \Leftrightarrow 5x^4+2x+1-2\sqrt{2x+1}+1=0$

$\Leftrightarrow 5x^4+(\sqrt{2x+1}-1)^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^4=0 \\ \sqrt{2x+1}-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=0$ (nhận)

Vậy $S=\{0\}$

2. $\begin{cases} x^2(4y+1)-2y=-3 \\ x^2\left(x^2-12y\right)+4y^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2(4y+1)=2y-3 \\ x^2\left(x^2-12y\right)=9 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x^2(4y+1)(2y+3)=4y^2-9 \\ x^2\left(z^2-12y\right)=9-4y^2 \end{cases}$

Do $x^2(cy+1)(2y+3)+x^2\left(x^2-12y\right)=0 \Leftrightarrow x^2\left[\left(\langle s+\pm)(2y+3)+x^2-12y\right]=0$

$\Leftrightarrow x^2\left(8y^2+12y+2y+3+x^2-12y\right)=0$

$\Leftrightarrow x^2\left[7y^2+(y-1)^2+x^2+2\right]=0 \Leftrightarrow x=0$

Thay $x=0$ vào $x^2(4y+1)-2y=-3$

Ta được $2y-3=0 \Leftrightarrow y=\dfrac{3}{2}$

Thử lại, ta thấy $\begin{cases} x=0 \\ y=\dfrac{3}{2} \end{cases}$ là nghiệm của hệ phương trình

Vậy nghiệm (x,y) của hệ phương trình là $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

HÌNH HỌC

Câu 6. Cho tam giác ABC có $\angle ACB > 90°$ nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi M là trung điểm BC, đường thẳng OM cắt cung nhỏ $\overset{\frown}{BC}$ tại D, cắt cung lớn $\overset{\frown}{BC}$ tại E. Gọi F là chân đường vuông góc hạ từ E xuống AB, H là chân đường vuông góc hạ từ B xuống AE

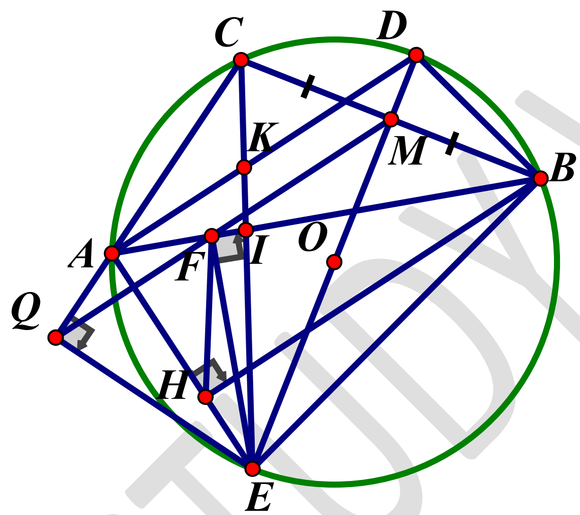
a) Chứng minh tứ giác $BEHF$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $MF \perp AE$

c) Đường thẳng MF cắt AC tại Q. Đường thẳng EC cắt AD, AB lần lượt tại I và K. Chứng minh

$\angle EQA = 90°$ và $\dfrac{EC}{IC} = \dfrac{EK}{IK}$

HD:



a) Chứng minh tứ giác $BEHF$ là tứ giác nội tiếp

Ta có : $\widehat{BFE} = 90°$ (vì $EF \perp AB$), $\widehat{BHE} = 90° \left(BH \perp AE\right)$

$\Rightarrow$ 4 điểm B, F, H, E cùng thuộc một đường tròn đường kính BE

$\Rightarrow$ Tứ giác $BEHF$ nội tiếp (đpcm)

b) Chứng minh $MF \perp AE$

Ta có : M là trung điểm $BC \Rightarrow OM \perp BC$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính – dây cung)

$\Rightarrow \widehat{OMB} = 90°$ mà $\widehat{BFE} = 90°$ (vì $EF \perp AB$)

Suy ra 4 điểm B, M, E, F cùng thuộc đường tròn đường kính BE

$\Rightarrow$ 5 điểm B, M, F, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính BE

Ta có : $\widehat{MFB} = \widehat{MEB}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BM)

$\widehat{FBH} = \widehat{FEH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HF)

Ta lại có :

$\widehat{MEB} + \widehat{BDE} = 90°$ (tam giác BDE vuông tại B do có $\widehat{DBE} = 90°$, góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\widehat{FEH} + \widehat{BAE} = 90°$ (do ΔAEF vuông tại F)

Mà $\widehat{BAE} = \widehat{BDE}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BE) nên $\widehat{MEB} = \widehat{FEH}$

$\Rightarrow \widehat{MFB} = \widehat{FBH}$, mà 2 góc này ở vị trí so le trong nên $MF // BH$.

Lại có $BH \perp AE(gt)$. Vậy $MF \perp AE(dpcm)$

c) Đường thẳng MF cắt AC tại Q. Đường thẳng EC cắt AD, AB lần lượt tại I, K. Chứng minh $\widehat{EQA} = 90°$ và $\frac{EC}{IC} = \frac{EK}{IK}$

Do OD là bán kính đi qua trung điểm của dây cung BC nên D là điểm chính giữa cung nhỏ $BC \Rightarrow sd\overset{\frown}{BD} = sd\overset{\frown}{DC} = \frac{1}{2}sd\overset{\frown}{BC}$

$\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{CAD}$ (các góc nội tiếp chắn các cung bằng nhau)

Suy ra AD là phân giác trong $\widehat{BAC}$ mà $\widehat{EAD} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AE \perp AD$

Suy ra AE là phân giác ngoài của $\widehat{BAC}$ nên AE là phân giác $\widehat{FAQ}$ (do $\widehat{FAQ}$ và $\widehat{BAC}$ kề bù) (1)

Mà AE cũng là đường cao của ΔFAQ (do $AE \perp MF$ tại G) (chứng minh ý b) (2)

Từ (1) và (2) suy ra ΔFAQ cân tại A $\Rightarrow AQ = AF$ (tính chất tam giác cân)

Xét ΔAQE và ΔAFE ta có :

AE là cạnh chung, $\widehat{EAQ} = \widehat{EAF}$ (trong tam giác cân đường cao đồng thời là phân giác); $AQ = AF(cmt)$

$\Rightarrow \Delta AEQ = \Delta AEF(c.g.c)$

Suy ra $\widehat{EQA} = \widehat{EFA} = 90°$ (2 góc tương ứng) (đpcm)

Xét tam giác KAC có AI, AE lần lượt là phân giác trong, phân giác ngoài của góc ở đỉnh A

Theo tính chất đường phân giác ta có : $\frac{EC}{EK} = \frac{IC}{IK}$ (cùng bằng $\frac{AC}{AK}$)

Vậy $\frac{EC}{IC} = \frac{EK}{IK}$ **(**đpcm)