BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 25.03

Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

1. (10 điểm) Các con chụp ảnh vở ghi nộp kèm bài tập về nhà nhé!

2. Bài tập

Các con xem lại lời giải câu 2, câu 3 và làm bài tập sau:

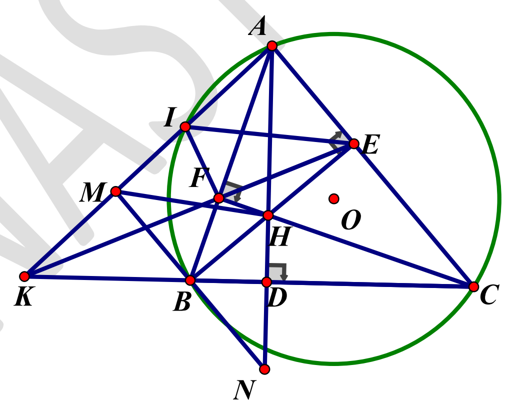
Câu 6. Cho tam giác $ABC\left(AB<AC\right)$ có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn $\left(O\right)$. Các đường cao AD, BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H

a) Chứng minh các tứ giác $BCEF, EHDC$ nội tiếp

b) Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng EF và BC. Đường thẳng AK cắt đường tròn $\left(O\right)$ tại điểm thứ hai là I. Chứng minh tam giác KBF đồng dạng với tam giác KEC và $KI.KA=KF.KE$

c) Qua điểm B vẽ đường thẳng song song với đường thẳng AC cắt các đường thẳng AK và AH lần lượt tại điểm M và điểm N. Chứng minh $HM=HN$.

HD:



a) Chứng minh rằng tứ giác $BCEF, EHDC$ nội tiếp

+)Xét tứ giác $BFEC$ có $\widehat{BFC}=\widehat{BEC}=90°\left(gt\right)$

Suy ra tứ giác $BFEC$ nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

+)Xét tứ giác $EHDC$ có $\widehat{HDC}+\widehat{HEC}=90°+90°=180°$ suy ra $HDCE$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng $180°$)

b) Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng EF và BC. Đường thẳng AK cắt đường tròn $\left(O\right)$ tại điểm thứ hai là I. Chứng minh rằng KBF đồng dạng với tam giác KEC và $KI.KA=KF.KE$

Ta có :

Tứ giác $BFCE$ nội tiếp nên $\widehat{KFB}=\widehat{KCE}$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Xét ΔKBF và ΔKEC có : $\begin{cases}\widehat{KFB}=\widehat{KCE}(cmt)\\ \widehat{BKF}=\widehat{CKE}\end{cases} \Rightarrow \Delta KBF \backsim \Delta KEC(g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{KB}{KE}=\dfrac{KF}{KC}$ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) $\Rightarrow KF.KE=KB.KC\,(1)$

Trong (O) có $\widehat{KAB}=\widehat{KCI}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BI)

Xét ΔKAB và ΔKCI có : $\begin{cases}\widehat{AKB}=\widehat{CKI}\\ \widehat{KAB}=\widehat{KCI}(cmt)\end{cases} \Rightarrow \Delta KAB \backsim \Delta KCI(g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{KA}{KC}=\dfrac{KB}{KI}$ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) $\Rightarrow KA.KI=KB.KC\,(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $KI.KA=KE.KF$

c) Qua điểm B vẽ đường thẳng song song với đường thẳng AC cắt các đường thẳng AK và AH lần lượt tại M và N. Chứng minh $HM=HN$

Ta có : $KI.KA=KF.KE(cmt) \Rightarrow \dfrac{KI}{KE}=\dfrac{KF}{KA}$

Xét ΔKIF và ΔKEA ta có : $\dfrac{KI}{KE}=\dfrac{KF}{KA}(cmt)$; $\angle AKE$ chung

$\Rightarrow \Delta KIF \backsim \Delta KEA(c.g.c) \Rightarrow \widehat{KIF}=\widehat{FEA}$ (hai góc tương ứng)

$\Rightarrow AIFE$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

$\Rightarrow I, A, F, E$ cùng thuộc một đường tròn.

Mà tứ giác $AEHF$ là tứ giác nội tiếp (do có $\widehat{AEH}+\widehat{AFH}=180°$) $\Rightarrow A, E, H, F$ cùng thuộc một đường tròn

Do đó 5 điểm I, A, F, H, E cùng nội tiếp đường tròn đường kính AH

$\Rightarrow \widehat{HIA}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow HI \perp AK \Rightarrow \widehat{HIM}=90°$ (kề bù với $\widehat{HIA}$)

Ta có: $\begin{cases}BE \perp AC\\ AC//MN(gt)\end{cases} \Rightarrow BE \perp MN$ (từ vuông góc đến song song) $\Rightarrow \widehat{HBM}=90°$

$\Rightarrow \widehat{HIM}=\widehat{HBM}=90° \Rightarrow \widehat{HIM}+\widehat{HBM}=180°$

$\Rightarrow BHIM$ nội tiếp đường tròn đường kính HM (dấu hiệu nhận biết)

$\Rightarrow \widehat{MHB}=\widehat{MIB}=\widehat{KIB}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BM)

Mà $\widehat{KIB}=\widehat{KCA}$ (vì $\widehat{KIB}$ là góc ngoài tại đỉnh I của tứ giác nội tiếp $BIAC$)

$\Rightarrow \widehat{MHB} = \widehat{KCA}$

Mặt khác ta có : $\widehat{KCA} = \widehat{AHE}$ (cùng phụ $\widehat{HAE}$) và $\widehat{AHE} = \widehat{BHN}$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow \widehat{MHB} = \widehat{BHN} \Rightarrow HB$ là tia phân giác của góc MHN

$\Rightarrow \Delta MHN$ cân tại H (do có HB là đường cao đồng thời là phân giác)

Vậy $HM = HN$