BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ NGÀY 01.04
Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

1. (10 điểm) Các con chụp ảnh vở ghi nộp kèm bài tập về nhà nhé!

2. Bài tập

Câu 6.

a) Chứng minh với mỗi số nguyên n, số $n^2+3n+16$ không chia hết cho 25.

b) Chứng minh với mỗi số nguyên n, số n^2+n+16 không chia hết cho 49.

HD:

a) $A=n^2+3n+16$

$4A=4n^2+12n+64$

$4A=(2n+3)^2+55$

Giả sử $A\,\vdots\,25 \Rightarrow 4A\,\vdots\,5 \Rightarrow (2n+3)^2\,\vdots\,5 \Rightarrow (2n+3)\,\vdots\,5 \Rightarrow (2n+3)^2\,\vdots\,25$

Mà $55\not\vdots\,25 \Rightarrow$ Giả sử sai

Vậy số $A=n^2+3n+16$ không chia hết cho 25.

b) $B=n^2+n+16=(n+4)(n-3)+28$

Xét $(n+4)-(n-3)=7\,\vdots\,7$ nên n + 4 và n – 3 cùng chia hết cho 7 hoặc không cùng chia hết cho 7.

TH1: n + 4 và n – 3 cùng chia hết cho 7

$\Rightarrow (n+4)(n-3)\,\vdots\,49$

Mà $28\not\vdots\,49$ nên $B\not\vdots\,49$ (1)

TH1: n + 4 và n – 3 cùng không chia hết cho 7

$\Rightarrow (n+4)(n-3)\not\vdots\,7$

Mà $28\,\vdots\,7$ nên $B\not\vdots\,7 \Rightarrow B\not\vdots\,49$ (2)

Từ (1) và (2) ta có số $B=n^2+n+16$ không chia hết cho 49.

HÌNH HỌC

Các con xem lại bài học và làm bài tập sau:

Câu 6. Cho nửa đường tròn (O) có đường kính $AB = 2R$. Lấy hai điểm phân biệt C và D trên nửa đường tròn (O) sao cho C thuộc cung AD $(C, D$ không trùng với $A, B)$. Gọi H là giao điểm của AD và BC, E là giao điểm của AC và BD

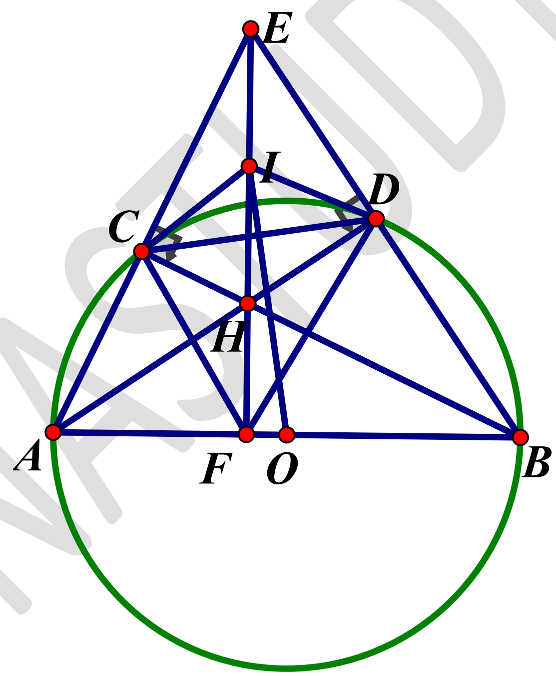
a) Chứng minh tứ giác $CEDH$ nội tiếp

b) Chứng minh $CE.CA = CH.CB$

c) Gọi F là giao điểm của EH và AB. Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CDF

d) Khi C, D thay đổi trên nửa đường tròn (O) sao cho $CD = R\sqrt{3}$. Chứng minh trung điểm I của EH thuộc một đường tròn cố định.

HD:



1) Chứng minh tứ giác $CEDH$ nội tiếp

Vì $C, D \in$ đường tròn đường kính AB do đó $\widehat{ACB} = \widehat{ADB} = 90°$. Do đó $\widehat{ECH} = \widehat{EDH} = 90°$

Vậy tứ giác $CEDH$ nội tiếp đường tròn đường kính EH

2) Chứng minh $CE.CA = CH.CB$

Từ ý 1) ta nhận xét AD, BC thứ tự là các đường cao từ A, B của tam giác EAB, nên H là trực tâm tam giác EAB. Vì vậy, $EH \perp AB$ hay $\widehat{EFB} = 90°$.

Ta có $\widehat{ECB} = \widehat{EFB} = 90° \Rightarrow$ tứ giác $ECFB$ nội tiếp đường tròn đường kính EB

Như vậy $\widehat{CEF} = \widehat{CBF}$ hay $\widehat{CEH} = \widehat{CBA}$

Xét hai tam giác CEH và CBA đều vuông tại C và có $\widehat{CEH} = \widehat{CBA}$

$\Rightarrow \Delta CEH \backsim \Delta CBA \Rightarrow \dfrac{CE}{CH} = \dfrac{CB}{CA} \Rightarrow CE.CA = CH.CB$

3) Gọi F là giao điểm của EH và AB. Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CDF

Theo ý 1) ta có tứ giác $CEDH$ nội tiếp, nên $\widehat{HCD} = \widehat{HEC} = \widehat{FEB}$. Lại có tứ giác $ECFB$ nội tiếp (cmt), do đó $\widehat{FEB} = \widehat{FCB} = \widehat{HCF}$

Kết hợp 2 điều trên, ta có : $\widehat{HCD} = \widehat{HCF}$, hay CH là phân giác của FCD.

Chứng minh tương tự, DH là phân giác CDF, do đó H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CDF

4) Khi C, D thay đổi trên nửa đường tròn (O) sao cho $CD = R\sqrt{3}$. Chứng minh trung điểm I của EH thuộc một đường tròn cố định.

Ta có tam giác ECH vuông tại C, có CI là đường trung tuyến nên $IC = IH = IE$. Do đó tam giác CIH cân tại I, suy ra $\widehat{ICH} = \widehat{IHC}$

Vì C thuộc đường tròn đường kính AB tâm O nên ta cũng có $OC = OA = OB = R$

Suy ra ΔOCB cân tại O nên $\widehat{OCB} = \widehat{OBC}$. Lại có:

$\widehat{ICO} = \widehat{ICH} + \widehat{HCO} = \widehat{IHC} + \widehat{CBO} = \widehat{FHB} + \widehat{HBF} = 90^\circ$

Suy ra tam giác ICO vuông tại C

Tương tự tam giác EDH vuông tại D, có trung tuyến DI nên $ID = IE = IH$

Do đó $IC = ID$ và vì C, D cùng thuộc đường tròn đường kính AB tâm O

$\Rightarrow OC = OD = R$

Nên IO là trung trực của CD, do đó IO cắt CD tại Q là trung điểm của CD, và $IO \perp CD$

Vì $CD = R\sqrt{3}$ nên $CQ = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$. Áp dụng định lý Pytago cho tam giác CQO vuông tại Q ta có :

$$OQ = \sqrt{CO^2 - CQ^2} = \sqrt{R^2 - \frac{3R^2}{4}} = \frac{R}{2}$$

Ta có ΔICO vuông tại C , đường cao CQ, áp dụng hệ thức lượng , ta có :

$$OC^2 = OQ.OI \Rightarrow OI = \frac{OC^2}{OQ} = \frac{R^2}{R/2} = 2R$$

Vậy I luôn thuộc đường tròn tâm O, bán kính $2R$ cố định.