

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

SỐ HỌC

Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:**Ngày học:**

Câu 1. Chứng minh nếu các số dương $a, b, c \in \mathbb{Q}$ thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} = c$ thì $\sqrt{a}; \sqrt{b} \in \mathbb{Q}$.

Câu 2. Tìm tất cả các số nguyên n để hai số $n-1989$ và $n-2022$ đều là các số chính phương.

Câu 3. Biết rằng phương trình $x^2 - ax + b + 2 = 0$ (với a, b là các số nguyên) có hai nghiệm là các số nguyên. Chứng minh $2a^2 + b^2$ là hợp số.

Câu 4. Tìm các số nguyên m, n thỏa mãn $m(m+1)(m+2) = n^2$

Câu 5. Giả sử n là số tự nhiên thỏa mãn điều kiện $n(n+1)+7$ không chia hết cho 7. Chứng minh rằng $4n^3 - 5n - 1$ không là số chính phương.

Câu 6.

a) Chứng minh với mỗi số nguyên n , số $n^2 + 3n + 16$ không chia hết cho 25.

b) Chứng minh với mỗi số nguyên n , số $n^2 + n + 16$ không chia hết cho 49.

Câu 7.

a) Tìm tất cả các số nguyên x và y thỏa mãn $x^2 - xy - 2y^2 + x + y - 5 = 0$.

b) Tìm tất cả cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x^2 + 2y^2 + 3xy + 3x + 5y = 15$.

Câu 8. Cho ba số nguyên a, b, c thỏa mãn $a = b - c = \frac{b}{c}$. Chứng minh rằng $a + b + c$ có giá trị là lập phương của một số nguyên

Câu 9.

a) Cho các số nguyên x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 2xyz$. Chứng minh rằng xyz chia hết cho 24

b) Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương $(a; b; c)$ sao cho $(a + b + c)^2 - 2a + 2b$ là số chính phương

Câu 10. Tồn tại hay không số $n \in \mathbb{N}$ để các số $2^{n+1} - 1$ và $2^{n-1} (2^n - 1)$ đồng thời là lập phương của các số nguyên.

Câu 11. Chứng minh rằng nếu các số $m, n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn bất đẳng thức $\sqrt{7} - \frac{m}{n} > 0$ thì $\sqrt{7} - \frac{m}{n} > \frac{1}{mn}$.

Câu 12. Chứng minh rằng tồn tại vô số các số có dạng $5^n (n \in \mathbb{N})$, mà trong cách biểu diễn thập phân của mỗi số đó có không ít hơn 2022 chữ số 0 đứng liên tiếp.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

LUYỆN ĐỀ

Tài liệu lớp học 9A0.1 – Nền tảng chuyên – 18h – 21h15 – Tối thứ 6 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:**Ngày học:**

Câu 1. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H

- a) Chứng minh các tứ giác $BCEF, EHDC$ nội tiếp
- b) Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng EF và BC . Đường thẳng AK cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là I . Chứng minh tam giác KBF đồng dạng với tam giác KEC và $KI.KA = KF.KE$
- c) Qua điểm B vẽ đường thẳng song song với đường thẳng AC cắt các đường thẳng AK và AH lần lượt tại điểm M và điểm N . Chứng minh $HM = HN$.

Câu 2. Trên nửa đường tròn tâm O đường kính AB với $AB = 2022$, lấy điểm C (C khác A và B), từ C kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Gọi D là điểm bất kỳ trên đoạn CH (D khác C và H), đường thẳng AD cắt nửa đường tròn tại điểm thứ 2 là E

- a) Chứng minh tứ giác $BHDE$ là tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh $AD.EC = CD.AC$
- c) Chứng minh $AD.AE + BH.BA = 2022^2$
- d) Khi điểm C di động trên nửa đường tròn (C khác A, B và điểm chính giữa cung AB), xác định vị trí điểm C sao cho chu vi tam giác COH đạt giá trị lớn nhất

Câu 3. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H

- a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp. Xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BFEC$
- b) Gọi I là trung điểm của AH . Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn (O)
- c) Vẽ CI cắt đường tròn (O) tại M ($M \neq C$), EF cắt AD tại K . Chứng minh ba điểm B, K, M thẳng hàng.

Câu 4. Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$, các đường cao BD, CE ($D \in AC, E \in AB$) cắt nhau tại H

- a) Chứng minh rằng tứ giác $BEDC$ nội tiếp
- b) Gọi M là trung điểm của BC . Đường tròn đường kính AH cắt AM tại điểm G (G khác A). Chứng minh rằng $AE.AB = AG.AM$
- c) Hai đường thẳng DE và BC cắt nhau tại K . Chứng minh rằng $\angle MAC = \angle GCM$ và đường thẳng nối tâm hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác MBE, MCD song song với đường thẳng KG .

Vinastudy – Chuyên bồi dưỡng Toán từ lớp 4 đến lớp 12
Hệ thống khóa học video, lớp học tương tác qua zoom, học kèm trực tiếp
Đc: Số 23 Ngõ 26 Nguyễn Hồng - Đống Đa - Hà Nội

Câu 5. Cho đường tròn (O) . Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) , (A, B là các tiếp điểm)

a) Chứng minh $MAOB$ là tứ giác nội tiếp

b) Vẽ đường kính BK của đường tròn (O) , H là điểm trên BK sao cho $AH \perp BK$. Điểm I là giao điểm của AH, MK . Chứng minh I là trung điểm của HA

Câu 6. Cho nửa đường tròn (O) có đường kính $AB = 2R$. Lấy hai điểm phân biệt C và D trên nửa đường tròn (O) sao cho C thuộc cung AD (C, D không trùng với A, B). Gọi H là giao điểm của AD và BC , E là giao điểm của AC và BD

a) Chứng minh tứ giác $CEDH$ nội tiếp

b) Chứng minh $CE \cdot CA = CH \cdot CB$

c) Gọi F là giao điểm của EH và AB . Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CDF

d) Khi C, D thay đổi trên nửa đường tròn (O) sao cho $CD = R\sqrt{3}$. Chứng minh trung điểm I của EH thuộc một đường tròn cố định.

Giáo viên: Nguyễn Thành Long