

Câu 8. Cho dãy số được xác định như sau: Số hạng thứ nhất bằng 2, từ số hạng thứ 2 trở đi bằng số dư của 3 lần số hạng trước nó khi chia cho 5. Hỏi trong 2021 số hạng đầu tiên của dãy có bao nhiêu số 1?

HD

Dãy số được xác định là: 2; 1; 3; 4; 2; 1; 3; 4; 2; 1; 3; 4; ...

Các số trong dãy có thứ tự không thay đổi theo các nhóm 2, 1, 3, 4.

$2021 : 4 = 505$ dư 1 nên 2021 số có 505 số 1.

Câu 12. Viết lên bảng các số từ 1 đến 20. Ta chọn 2 số bất kì rồi xóa đi, viết thêm lên bảng một số bằng hiệu của 2 số đó. Thực hiện liên tục như vậy cuối cùng chỉ còn một số trên bảng. Hỏi có cách thực hiện nào cho ta kết quả bằng 3 được hay không?

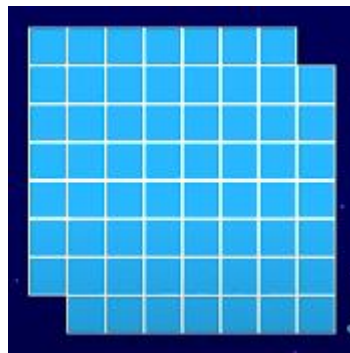
HD

Tổng 20 số là: $1 + 2 + \dots + 20 = 210$

Xóa đi 2 số và thay bằng hiệu của chúng thì tổng 20 số giảm đi 1 số chẵn (2 lần số bé)

Vậy sau mỗi thao tác tổng các số trên bảng luôn chẵn (210 trừ đi 1 số chẵn nên kết quả thu được là 1 số chẵn). 3 là một số lẻ nên không thể là số cuối cùng.

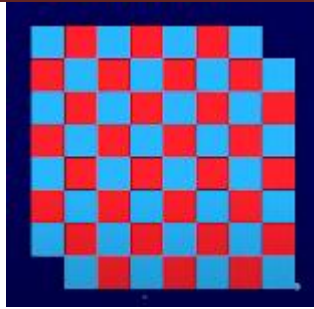
Câu 13. Cho lưới ô vuông 8×8 bị cắt 2 ô vuông nhỏ như hình vẽ:



Hỏi có thể dùng 31 hình chữ nhật 1×2 xếp phủ kín hình này được không?

HD

Tô màu xen kẽ xanh đỏ các ô vuông của lưới 8×8 . **Nhận thấy mỗi hình chữ nhật kích thước 1×2 luôn có 1 ô vuông nhỏ màu đỏ và 1 ô vuông nhỏ màu xanh.** Hình thu được luôn có sự chênh lệch về số ô vuông màu đỏ và màu xanh (do bị cắt đi 2 ô cùng màu – theo hình vẽ, số ô vuông màu xanh là: 32 ô, số ô vuông màu đỏ là: 30 ô) nên không thể phủ kín hình này bằng 31 hình chữ nhật kích thước 1×2 .



Câu 14. Có 9 bạn xếp trên 1 vòng tròn, trên áo mỗi bạn có in 1 chữ số khác nhau từ 1 đến 9. Ta thực hiện thao tác đổi chỗ 2 bạn bất kì cho nhau. Bạn hãy chứng tỏ sau bao nhiêu thao tác thì số thu được đọc theo chiều kim đồng hồ từ số áo của một bạn bất kỳ luôn chia hết cho 9.

HD

Khi đổi chỗ hai bạn bất kỳ thì tổng các chữ số trên áo của 9 bạn không thay đổi (đại lượng bất biến).

Tổng các chữ số trên áo của 9 bạn là: $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$

Vì 45 chia hết cho 9 nên số thu được luôn chia hết cho 9.

VINASTUDY