

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 8
ĐƯỜNG TRUNG BÌNH TAM GIÁC, HÌNH THANG (tiếp)
Tài liệu lớp học Zoom 8A0 – 14h30 – 17h45 – Chiều chủ nhật – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm C ($CA > CB$). Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB vẽ các tam giác đều ACD và BCE. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AE, CD, BD, CE.

a) Tứ giác MNPQ là hình gì?

b) Chứng minh $MP = DE$.

Câu 2. Cho hình thang ABCD có ($BC \parallel AD$), biết $BC + AD = AB$. Chứng minh rằng các tia phân giác trong của góc A và góc B cắt nhau tại trung điểm cạnh CD.

Câu 3. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), M là trung điểm của BC. Cho biết DM là tia phân giác của góc D. Chứng minh rằng tia AM là tia phân giác của góc A.

Câu 4. Cho hình thang ABCD có M là trung điểm của BD, N là trung điểm của AC. Chứng minh rằng: $MN \parallel AB \parallel CD$ và $MN = \frac{CD - AB}{2}$.

Câu 5. Cho hình thang ABCD có $AD \parallel BC$; $AB = BC$; $AC = AD$. Lấy điểm M trên cạnh CD sao cho $BM \parallel AC$. Chứng minh AM là tia phân giác của \widehat{BAC} ?

Câu 6. Cho hình thang ABCD ($AD \parallel BC$). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Lấy điểm O thuộc MN, qua O kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB, CD tại E và F. Chứng minh rằng $OE = OF$.

Câu 7. Cho tứ giác ABCD có phân giác trong của \widehat{A} và phân giác trong của \widehat{D} cắt nhau tại M, tia phân giác trong của \widehat{A} và tia phân giác trong của \widehat{B} cắt nhau tại N. Tia phân giác trong của \widehat{B} và tia phân giác trong của \widehat{C} cắt nhau tại P, tia phân giác trong của \widehat{C} và tia phân giác trong của \widehat{D} cắt nhau tại Q. Biết $MP \perp NQ$. Chứng minh rằng: ABCD là hình thang cân.

Câu 8. Cho tam giác đều ABC và điểm M thuộc miền trong tam giác. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác có 3 đỉnh thuộc 3 cạnh của tam giác ABC và có 3 cạnh có độ dài bằng MA, MB, MC.

Câu 9. Cho hình thang cân ABCD có đáy lớn CD bằng 2 lần cạnh bên BC. Về bên ngoài hình thang dựng các tam giác đều ADF và BCE. G là trung điểm của CD. Biết tam giác EFG vuông, $AB = a$. Tính các góc và các cạnh của hình thang.

Câu 10. Cho hình thang ABCD có $AB \parallel CD$, $AB = \frac{CD}{2}$. Gọi M là trung điểm của AC, N là trung điểm của BD. Chứng minh rằng: AN, BM, CD đồng quy.

Vinastudy – Chuyên bồi dưỡng Toán từ lớp 4 đến lớp 12
Hệ thống khóa học video, lớp học tương tác qua zoom, học kèm trực tiếp
Đc: Số 23 Ngõ 26 Nguyễn Hồng - Đống Đa - Hà Nội

Câu 11. Cho tam giác ABC có trọng tâm G và đường thẳng d nằm ngoài tam giác. Gọi D, E, F, H lần lượt là hình chiếu của A, B, C, G lên đường thẳng d. Chứng minh rằng $AD + BE + CF = 3GH$

Câu 12. Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ đường cao AH, lấy điểm I thuộc AH.

Gọi E là giao điểm của CI với AB, D là giao điểm của BI với AC.

Chứng minh rằng:

- a) $AD = AE$;
- b) Xác định dạng của tứ giác BEDC
- c) Xác định vị trí của điểm I để $BE = ED = DC$.

Câu 13. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$; $AD = BC$), có đáy nhỏ AB. Diện tích hình thang bằng $\frac{1}{4}(AB + CD)^2$. Vẽ $BE \parallel AC$ (E thuộc DC). CM Tam giác DBE vuông cân.

Câu 14. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Gọi E, F, K lần lượt là trung điểm của BD, AC, DC. Gọi H là giao điểm của đường thẳng qua E vuông góc với AD và đường thẳng qua F vuông góc BC. Chứng minh tam giác HCD cân.

Câu 15. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$) có đường chéo BD chia hình thang thành hai tam giác cân ABD cân tại A và tam giác BCD cân tại D. Tính các góc của hình thang.

Câu 16. Tính chiều cao BH của hình thang cân ABCD, biết $AC \perp BD$ và hai cạnh đáy $AB = a$, $CD = b$. Từ đó suy ra cách vẽ hình.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 8

HẰNG ĐẲNG THỨC (tiếp theo)

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 – 14h30 – 17h45 – Chiều chủ nhật- 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

A. Lí thuyết

Lập phương của một tổng $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	Giáo viên chứng minh các công thức cho học sinh dựa vào các hằng đẳng thức đã biết.
Lập phương của một hiệu $(a-b)^3 = (a-b)(a-b)^2 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	

B. Bài tập vận dụng

Câu 1. Khai triển các biểu thức sau

a) $\left(2x + \frac{1}{2}\right)^3$

b) $(3x - y)^3$

c) $\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y\right)^3$

Câu 2. Viết các biểu thức sau dưới dạng lập phương của một tổng

a) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

b) $\frac{1}{27} + \frac{2}{3}x + 4x^2 + 8x^3$

c) $\frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{4}x^2y + \frac{3}{2}xy^2 - y^3$

d) $1 - x + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{27}x^3$

Câu 3. Rút gọn các biểu thức:

a) $x(x-1)(x+1) - (x+1)^3$.

b) $(a+b)^3 - (a-b)^3 - 6a^2b$.

Câu 4. Chứng minh $(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(b+c)(c+a)$

Câu 5. Cho $a+b+c=0$ và $abc=-6$. Tính $a^3 + b^3 + c^3$.

Câu 6. Cho các số a, b, c: $a+b+c = a^3 + b^3 + c^3 = 1$. Tính $A = a^{2m+1} + b^{2m+1} + c^{2m+1}$ ($m \in N$)

Câu 7. Tìm x thỏa mãn: $27x^3 + (x-5)^3 + 64 = (4x-1)^3$

Câu 8. Tìm x thỏa mãn: $(2x^2 - 2x - 1)^3 + (2x - 1)^3 = (x^2 - x + 1)^3 + (x^2 + x - 3)^3$

Câu 9. Cho $abc = 1$. Tính: $B = (a+b+c)^3 - (a+b-c)^3 - (b+c-a)^3 - (a+c-b)^3$

Câu 10. Chứng minh các hằng đẳng thức:

a) $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

b) $(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

c) Áp dụng câu a) để tính $(a+1)^4, (a-1)^5$.

Câu 11. Cho $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

Câu 12. Cho $a + b + c = a^2 + b^2 + c^2 = a^3 + b^3 + c^3 = 1$. Tính $C = a^n + b^n + c^n$.

Câu 13. Cho $a + b + c = 6 = abc; ab + bc + ca = 11$. Tính $D = a^3 + b^3 + c^3$.

Câu 14. Tìm x: $(x^2 + 3x + 3)^3 + (x^2 - x - 1)^3 - 1 = (2x^2 + 2x + 1)^3$

Câu 15. Tìm x: $8x^3 + 27 = (x - 1)^3 + (x + 4)^3$

Câu 16. Chứng minh rằng nếu $x + y + z = 0$ thì $2(x^5 + y^5 + z^5) = 5xyz(x^2 + y^2 + z^2)$

C. Bài tập về nhà

Câu 17. Chứng minh rằng:

a) $(x + y)^3 = x(x - 3y)^2 + y(y - 3x)^2$

b) $(x + y)^3 - (x - y)^3 = 2y(y^2 + 3x^2)$

Câu 18. Chứng minh rằng không có ba số tự nhiên liên tiếp nào mà tổng các lập phương của chúng bằng 2013.

Câu 19. Tìm x thỏa mãn: $(x^2 - 2x + 2)^3 = x^3 + (x^3 - 1)(x - 2)^3$

Giáo viên: Trần Tuấn Việt