BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 8

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 – 14h30 – 17h45 – Chiều chủ nhật – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

Câu 12. Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ đường cao AH, lấy điểm I thuộc AH.

Gọi E là giao điểm của CI với AB, D là giao điểm của BI với AC.

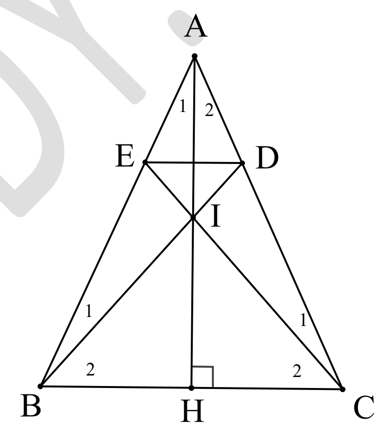
Chứng minh rằng:

a) $AD = AE$;

b) Xác định dạng của tứ giác BEDC

c) Xác định vị trí của điểm I để $BE = ED = DC$.

HD:



a) Vì ΔABC cân tại A nên đường cao AH đồng thời là đường phân giác của góc A.

Khi đó: $\Delta AIB = \Delta AIC$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1$

Ta có: $\Delta ABD = \Delta ACE$ (g.c.g) $\Rightarrow AE = AD$

b) ΔAED có $AE = AD$ $\Rightarrow \Delta AED$ cân tại A

$\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{ADE} = \dfrac{180^\circ - \widehat{EAD}}{2}$

Mà $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \dfrac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2} = \dfrac{180^\circ - \widehat{EAD}}{2}$ (Vì ΔABC cân tại A))

$\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{ABC}$, hai góc này ở vị trí đồng vị

$\Rightarrow ED \,//\, BC$

Tứ giác BEDC có $ED \,//\, BC$ và $\widehat{EBC} = \widehat{DCB}$

$\Rightarrow$ Tứ giác BEDC là hình thang cân.

c) Ta có: $ED = DC$ $\Rightarrow \widehat{DEC} = \widehat{C}_1$

Mà $\widehat{DEC} = \widehat{C}_2$ (so le trong do $ED \,//\, BC$)

$\Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$

$\Rightarrow$ CE là tia phân giác của góc C.

Tương tự BD là tia phân giác của góc B.

Vậy để $BE = ED = DC$ thì I là giao điểm của các đường phân giác của tam giác ABC.

ĐẠI SỐ

Câu 6. Tìm x biết

a) $(x-3)^3-(x-3)(x^2+3x+9)+9(x+1)^2=15$

b) $(x^2-2)^2+4(x-1)^2+4(x^2-2)(1-x)=0$. c) $x^3-6x^2+12x-7=0$.

HD:

a) $(x-3)^3-(x-3)(x^2+3x+9)+9(x+1)^2=15$

$\Rightarrow x^3-9x^2+27x-27-(x^3-27)+9(x^2+2x+1)=15$

$\Rightarrow 45x+9=15 \Rightarrow 45x=6 \Rightarrow x=\dfrac{2}{15}$

b) $(x^2-2)^2+4(x-1)^2+4(x^2-2)(1-x)=0$

$\Rightarrow x^4-4x^2+4+4(x^2-2x+1)+4(x^2-x^3-2+2x)=0$

$\Rightarrow x^4-4x^3+4x^2=0 \Rightarrow x^2(x^2-4x+4)=0 \Rightarrow x^2(x-2)^2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

c) $x^3-6x^2+12x-7=0 \Rightarrow x^3-3x^2+3x-1-(3x^2-9x+6)=0$

$\Rightarrow (x-1)^3-3(x^2-3x+2)=0 \Rightarrow (x-1)^3-3(x-1)(x-2)=0$

$\Rightarrow (x-1)\left[(x-1)^2-3(x-2)\right]=0 \Rightarrow (x-1)(x^2-2x+1-3x+6)=0$

$\Rightarrow (x-1)(x^2-5x+7)=0 \Rightarrow (x-1)\left[\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}\right]=0$

$\Rightarrow x-1=0$ (vì $\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0 \forall x$) $\Rightarrow x=1$

Câu 8. Cho $a^3+b^3+c^3=3abc$. Tính $A=\left(1+\dfrac{a}{b}\right)\left(1+\dfrac{b}{c}\right)\left(1+\dfrac{c}{a}\right)$.

HD:

ĐK: $abc \neq 0$

Ta có: $a^3+b^3+c^3=3abc \Rightarrow a^3+b^3+c^3-3abc=0$

$\Rightarrow (a+b)^3-3ab(a+b)+c^3-3abc=0$

$\Rightarrow (a+b+c)^3-3(a+b)c(a+b+c)-3ab(a+b+c)=0$

$\Rightarrow (a+b+c)^3-3(a+b+c)(ac+bc+ab)=0$

$\Rightarrow (a+b+c)\left[(a+b+c)^2-3(ab+bc+ac)\right]=0$

$\Rightarrow (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac)=0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a+b+c=0 \\ a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0 \end{array}\right.$

- Nếu $a+b+c=0$ ta có:

$A=\left(1+\frac{a}{b}\right)\left(1+\frac{b}{c}\right)\left(1+\frac{c}{a}\right)=\frac{a+b}{b}+\frac{b+c}{c}+\frac{a+c}{c}=\frac{-abc}{abc}=-1$

- Nếu $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\Rightarrow 2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca=0$

$\Rightarrow (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0 \Rightarrow a=b=c$

Khi đó $A=\left(1+\frac{a}{b}\right)\left(1+\frac{b}{c}\right)\left(1+\frac{c}{a}\right)=(1+1)(1+1)(1+1)=8$

Câu 9. Cho $a+b+c+d=0$, chứng minh $a^3+b^3+c^3+d^3=3(ab-cd)(c+d)$.

HD:

Ta có: $a+b+c+d=0 \Rightarrow a+b=-(c+d)$

$\Rightarrow (a+b)^3=-(c+d)^3 \Rightarrow a^3+3ab(a+b)+b^3=-c^3-3cd(c+d)-d^3$

$\Rightarrow a^3+b^3+c^3+d^3=-3ab(a+b)-3cd(c+d)$

$\Rightarrow a^3+b^3+c^3+d^3=3ab(c+d)-3cd(c+d)$

$\Rightarrow a^3+b^3+c^3+d^3=3(c+d)(ab-cd)$ (đpcm)

Câu 10. Cho $x+y=a, xy=b$ với $a^2 \geq 4b$. Tính

a) x^2+y^2 b) x^3+y^3 c) x^4+y^4 d) x^5+y^5

HD:

a) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=a^2-2b$

b) $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=a^3-3ab$

c) $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2=\left[(x+y)^2-2xy\right]^2-2x^2y^2$

$=(a^2-2b)^2-2b^2=a^4-4a^2b+2b^2$

d) $x^5+y^5=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y)$

$=(a^2-2b)(a^3-3ab)-ab^2$