

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:

Ngày học: 24 - 07 - 2022

Câu 6. Cho tam giác ABC. Trên cạnh BC lấy điểm M, N sao cho $BM = MN = NC$. Gọi D, E là trung điểm của AC, AB. Gọi P là giao điểm của AM và BD, Q là giao điểm của AN và CE. Chứng minh:

$$PQ = \frac{BC}{4}$$

HD:

Gọi K, I là giao điểm của AM, AN với ED.

+) Xét ΔABC ta có:

E là trung điểm của AB,

D là trung điểm của AC (gt)

\Rightarrow ED là đường trung bình của ΔABC

$\Rightarrow ED \parallel BC$; $ED = \frac{1}{2} BC$ (tc)

+) Xét ΔABM ta có:

E là trung điểm của AB (gt); $EK \parallel BM$ (cmt)

\Rightarrow K là trung điểm của AM (đn)

\Rightarrow EK là đường trung bình của ΔABM (đn) $\Rightarrow EK \parallel BM$; $EK = \frac{1}{2} BM$ (tc)

+) Chứng minh tương tự: $KI = \frac{1}{2} MN$; $ID = \frac{1}{2} NC$

Mà: $BM = MN = NC$ nên $EK = KI = ID$.

Do đó: $EK + ID = 2 \cdot KI = 2 \cdot KE = BM$

+) Xét ΔBPM và ΔDPK ta có:

$KD = BM$;

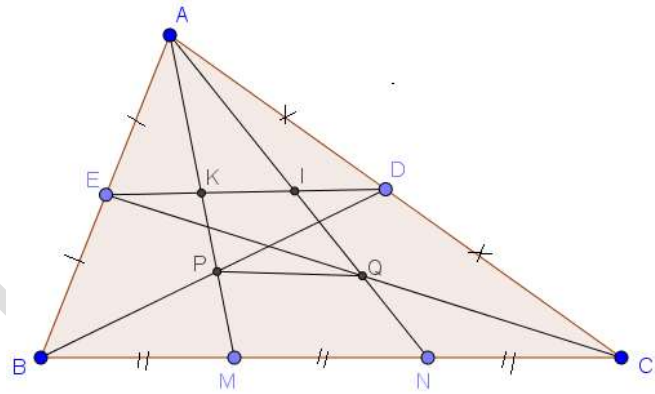
$\widehat{PBM} = \widehat{PDK}$ (vì $ED \parallel BC$);

$\widehat{PMB} = \widehat{PKD}$ (vì $ED \parallel BC$).

$\Rightarrow \Delta BPM = \Delta DPK$ (g - c - g) $\Rightarrow BP = PD$ hay P là trung điểm của BD.

Chứng minh tương tự ta có: Q là trung điểm của EC.

Suy ra: $PQ = \frac{1}{2} (BC - EQ) = \frac{1}{2} \left(BC - \frac{1}{2} BC \right) = \frac{1}{4} BC$



ĐẠI SỐ

Câu 7. Tính giá trị của biểu thức $A = (x^3 + y^3) - (x^2 + y^2) + 4xy$, biết $x + y = 2$.

HD:

$$\begin{aligned} A &= (x^3 + y^3) - (x^2 + y^2) + 4xy \\ &= (x + y)(x^2 - xy + y^2) - x^2 - y^2 + 4xy \\ &= 2(x^2 - xy + y^2) - x^2 - y^2 + 4xy \\ &= 2x^2 - 2xy + 2y^2 - x^2 - y^2 + 4xy \\ &= x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 = 2^2 = 4 \end{aligned}$$

Câu 11. Cho $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} \cdot \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3} = \frac{a^5 + b^5 + c^5}{5}$

HD:

Ta có: $a + b + c = 0 \Rightarrow a + b = -c \Rightarrow a^5 + b^5 + c^5 = a^5 + b^5 - (a + b)^5$

Và $(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

$$\Rightarrow a^5 + b^5 - (a + b)^5 = -(5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4)$$

$$= -5ab(a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3)$$

$$= -5ab[(a + b)(a^2 - ab + b^2) + 2ab(a + b)]$$

$$= -5ab(a + b)(a^2 + ab + b^2) = 5abc[(a + b)^2 - ab]$$

$$= 5abc[(a + b)(-c) - ab] = -5abc(ab + bc + ca)$$

Do đó: $\frac{a^5 + b^5 + c^5}{5} = -abc(ab + bc + ca)$ (1)

$$a^3 + b^3 + c^3 = a^3 + b^3 - (a + b)^3 = -3ab(a + b) = 3abc$$

$$\Rightarrow \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3} = abc$$
 (2)

$$(a + b + c)^2 = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = -(2ab + 2bc + 2ca)$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} = -(ab + bc + ca)$$
 (3)

Từ (1), (2), (3) ta có: $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} \cdot \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3} = \frac{a^5 + b^5 + c^5}{5}$

Câu 14. Cho $A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3$. Chứng minh rằng:

a) A chia hết cho 11.

b) A chia hết cho 5.

HD:

Ta có $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ nên $a^3 + b^3 : a + b$

a. $A = (1+10^3) + (2^3 + 9^3) + (3^3 + 8^3) + (4^3 + 7^3) + (5^3 + 6^3)$

$\Rightarrow A : 11$

b. $A = (1+9^3) + (2^3 + 8^3) + (3^3 + 7^3) + (4^3 + 6^3) + 5^3 + 10^3$

$\Rightarrow A : 5$