

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
LIÊN HỆ PHÉP NHÂN VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG
Tài liệu lớp học 9.2 CN – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

A. Lí thuyết.

*** Khai phương một tích:**

• Với A, B không âm, ta có : $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$

Ví dụ : $\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

Đặc biệt : Với $A \geq 0$ ta có $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = A$

Công thức trên có thể dùng để áp dụng với nhiều số không âm tức

$$\text{Với } A, B, C, D, \dots \geq 0 \text{ thì } \sqrt{A \cdot B \cdot C \cdot D \dots} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \cdot \sqrt{C} \cdot \sqrt{D} \dots$$

Sai lầm cần tránh : Nếu không có điều kiện A và B không âm thì không được viết đẳng thức trên.

*** Quy tắc nhân các căn bậc hai:**

Muốn nhân các căn bậc hai của các số không âm, ta có thể nhân các số dưới dấu căn với nhau rồi khai phương kết quả đó.

VD: $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{5 \cdot 20} = \sqrt{100} = 10.$

B. Bài tập.

1. Dạng 1. Áp dụng quy tắc nhân, khai phương tính hợp lí.

Câu 1.

a) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{40}$ b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{45}$ c) $\sqrt{52} \cdot \sqrt{13}$ d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{162}$

Câu 2.

a) $\sqrt{45 \cdot 80}$ b) $\sqrt{75 \cdot 48}$ c) $\sqrt{90 \cdot 6,4}$ d) $\sqrt{2,5 \cdot 14,4}$

Câu 3.

a) $\sqrt{6,8^2 - 3,2^2}$ b) $\sqrt{21,8^2 - 18,2^2}$

Câu 4. Biểu diễn $\sqrt{a \cdot b}$ dưới dạng tích các căn bậc hai với $a, b < 0$.

Áp dụng tính $\sqrt{(-16) \cdot (-49)}$

Câu 5. Rút gọn các biểu thức:

a) $\sqrt{9(a-1)^2}$ với $a \geq 1$;

b) $\sqrt{4(2-a)^2}$ với $a \geq 2$;

c) $\sqrt{a^2(a+1)^2}$ với $a > 0$;

d) $\sqrt{b^4(b-1)^2}$ với $b < 0$.

Câu 6. Rút gọn

a) $A = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$

b) $B = \sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}$

c) $F = \sqrt{29-4\sqrt{7}} + \sqrt{23+8\sqrt{7}}$

d) $G = \sqrt{12+2\sqrt{11}} + \sqrt{12-2\sqrt{11}}$

Câu 7. Thực hiện phép tính

a) $\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}}$

b) $\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}$

Câu 8. Rút gọn

a) $A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$

b) $C = \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$

Câu 9. Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = x - 2 - \sqrt{4 - 4x + x^2}, x > 2$

b) $B = 3 - x + \sqrt{x^2 + 6x + 9}, x \geq -3$

c) $C = 2x - \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$

2. Dạng 2. Chứng minh đẳng thức.

Câu 10. Chứng minh

a) $\sqrt{9 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt{9 + \sqrt{17}} = 8$

b) $\sqrt{\sqrt{x^2 + 1} - x} \cdot \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}$

c) $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = \begin{cases} 2\sqrt{x-1} & \text{nêu } x \geq 2 \\ 2 & \text{nêu } x < 2 \end{cases}$

3. Dạng 3. So sánh.

Câu 11. So sánh

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ và $\sqrt{10}$

b) $2 + \sqrt{3}$ và $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

c) $\sqrt{17 \cdot 19}$ và 18

d) $\sqrt{15} + \sqrt{7}$ và 8

Câu 12. So sánh $B = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots + \sqrt{6}}}}$ và $B = 3$.

Câu 13. Chứng minh

a) Với $a, b > 0$ thì $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

b) Với $a > b > 0$ thì $\sqrt{a} - \sqrt{b} < \sqrt{a-b}$

4. Dạng 4: Tìm x

Câu 14. Tìm ĐK xác định của các biểu thức rồi đưa các biểu thức về dạng tích

a) $A = \sqrt{x^2 - 1} + 2\sqrt{x - 1}$ b) $3\sqrt{x + 3} + \sqrt{x^2 - 9}$

Câu 15. Tìm x

a) $\sqrt{x - 5} = 3$ b) $\sqrt{x - 10} = -3$ c) $\sqrt{2x - 1} = \sqrt{5}$

5. Dạng 5. Tìm GTNN

Câu 16. Tìm GTNN của biểu thức

a) $A = \sqrt{2x + 1} + 3$
b) $B = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + 6$

Câu 17. Tìm GTLN của biểu thức

a) $A = 2 - \sqrt{2x + \frac{1}{2}}$ b) $B = \frac{3}{4} - \sqrt{x^2 - 6x + 9}$

Câu 18. Tìm GTNN của biểu thức $B = \sqrt{1 - 6x + 9x^2} + \sqrt{9x^2 - 12x + 4}$

BTVN.

Câu 1. Rút gọn

a) $C = \sqrt{23 + 8\sqrt{7}} - \sqrt{7}$
b) $D = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} - 3 + \sqrt{2}$
c) $E = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} + 3 + \sqrt{2}$
d) $H = (3 - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$

Câu 2. Rút gọn $C = \frac{\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} \cdot (\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{5}}$

Câu 3. Chứng minh số sau là số nguyên $\sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7} + 4\sqrt{3}}}}$

Câu 4. So sánh $\sqrt{2021} + \sqrt{2023}$ và $2\sqrt{2022}$

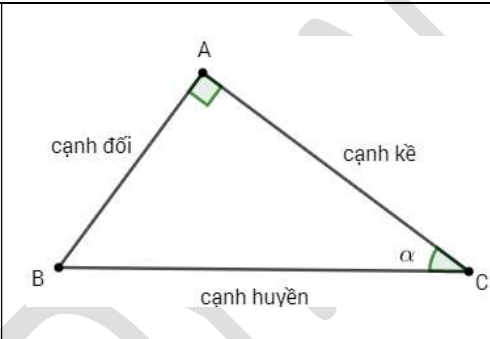
Câu 5. Tìm GTNN của biểu thức $A = \sqrt{(2020 - x)^2} + \sqrt{(2019 - x)^2}$

Giáo viên: Nguyễn Thành Long

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN
 Tài liệu lớp học 9.2 CN – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

A. Lí thuyết

<p><i>Định nghĩa các tỉ số lượng giác của góc nhọn α</i></p> $\sin \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}} \quad \cos \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$ $\tan \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}} \quad \cot \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$																									
MỘT SỐ TÍNH CHẤT CỦA CÁC TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC																									
<p><i>Nếu $\alpha + \beta = 90^0$ thì:</i></p> $\sin \alpha = \cos \beta$ $\cos \alpha = \sin \beta$ $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta$ $\cot \alpha = \operatorname{tg} \beta$	<p><i>Với mọi góc nhọn α ta có :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - $0 < \sin \alpha < 1, 0 < \cos \alpha < 1$ - $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ - $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \operatorname{tg} \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ 																								
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="4" style="color: red; font-weight: bold;">GIÁ TRỊ LG GÓC NHỌN ĐẶC BIỆT</th> </tr> <tr> <th></th> <th>30^0</th> <th>45^0</th> <th>60^0</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: left;">sin α</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;">cos α</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;">tan α</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{3}$</td> <td>1</td> <td>$\sqrt{3}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;">cot α</td> <td>$\sqrt{3}$</td> <td>1</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{3}$</td> </tr> </tbody> </table>	GIÁ TRỊ LG GÓC NHỌN ĐẶC BIỆT					30^0	45^0	60^0	sin α	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	cos α	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	tan α	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	cot α	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	<p><i>Một số công thức suy rộng :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha + 1$ - $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = \cot^2 \alpha + 1$
GIÁ TRỊ LG GÓC NHỌN ĐẶC BIỆT																									
	30^0	45^0	60^0																						
sin α	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$																						
cos α	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$																						
tan α	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$																						
cot α	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$																						

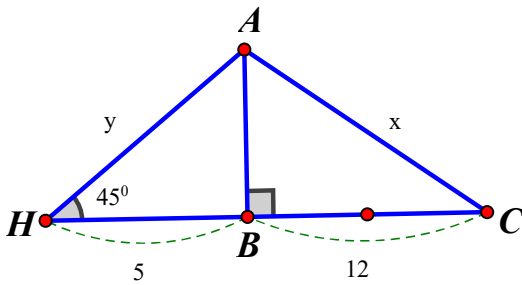
B. Bài tập vận dụng

Dạng 1. Tính tỉ số lượng giác các góc nhọn – Tính độ dài đoạn thẳng

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại B, trong đó $AB = 3, AC = 5$. Tính các tỉ số lượng giác của góc A, từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc C.

Câu 2. Cho tam giác ABC có $AB = 28$; $BC = 42$ và $\widehat{CAB} = 30^0$. Tính $\sin \widehat{ACB}$.

Câu 3. Tìm x, y trong hình vẽ:



Câu 4. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = 13\text{cm}$; $BC = 10\text{cm}$. Tính $\cos A$.

Dạng 2. Vận dụng một số tính chất của các tỉ số lượng giác

a. Sử dụng tính chất các góc phụ nhau

Câu 5. Tính giá trị của biểu thức:

a) $\sin^2 10^0 + \sin^2 20^0 + \sin^2 45^0 + \sin^2 70^0 + \sin^2 80^0$ b) $B = \cos^2 12^0 + \cos^2 78^0 + \cos^2 1^0 + \cos^2 89^0$

b. Sử dụng mối liên hệ giữa các tỉ số lượng giác

Câu 6. a) Rút gọn: $\frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{\sin \alpha + \cos \alpha}$

b) Biết $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. Tính giá trị của biểu thức: $3 \cos^2 \alpha - 4 \sin^2 \alpha$

Câu 7. Cho $\cos \alpha - \sin \alpha = \frac{1}{5}$. Tính $\cot \alpha$

Dạng 3. Chứng minh đẳng thức các tỉ số lượng giác

Câu 8. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{cot} \alpha} = 1$

b) $\sin^4 x - \cos^4 x = 2 \sin^2 x - 1$

Câu 9. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{cotg}^2 x + 2$

b) $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = 1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha$

Dạng 4. Vận dụng tổng hợp.

Câu 10. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Gọi a, b, c là độ dài 3 cạnh đối diện với các đỉnh A, B, C. Chứng

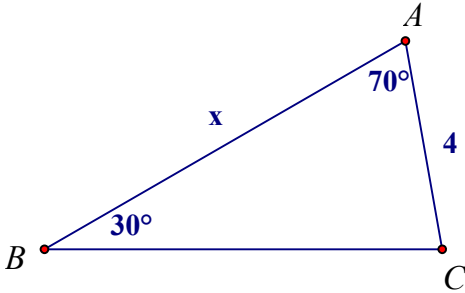
minh rằng: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

Câu 11. Cho tam giác nhọn ABC có $\widehat{A} = 30^0$. Hai đường cao BH và CK. Chứng minh rằng:

$S_{\Delta AHK} = 3S_{\Delta BCHK}$.

C. Bài tập về nhà

Câu 1. Cho hình vẽ. Tính x.



Câu 2. Tính giá trị của biểu thức

a) $\sin 28^\circ - \cos 62^\circ + \cot 45^\circ$

b) $\operatorname{tg} 38^\circ \cdot \operatorname{tg} 52^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ$

Câu 3. Chứng minh rằng:

a) $\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$

b) $\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$

Câu 4. Cho tam giác ABC ($\widehat{B} = 90^\circ$). Lấy điểm M trên cạnh AC. Kẻ AH vuông góc với tia BM và CK vuông góc với tia BM.

a) Chứng minh: $CK = BH \cdot \tan \widehat{BAC}$

b) Chứng minh: $\frac{MC}{MA} = \frac{BH \cdot \tan^2 \widehat{BAC}}{BK}$

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A. Từ trung điểm E của cạnh AC kẻ EF vuông góc với BC tại F. Nối AF và BE.

a) Chứng minh $AF = BE \cdot \cos C$

b) Biết $BC = 10$; $\sin C = 0,6$. Tính diện tích tứ giác ABFE.

Giáo viên: Trần Tuấn Việt