

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
ĐƯỜNG TRÒN

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:

Ngày học: 24 - 07 - 2022

Câu 1. Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O) . Gọi M là trung điểm của AC ; G là trọng tâm của tam giác ABM . Gọi Q là giao điểm của BM và GO . Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BGQ

Câu 2. Cho hình thang vuông $ABCD$ có $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$. $BA = BC = 2AD = 2a$, Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên AC ; M là trung điểm của HC . Tìm tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BDM

Câu 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$, kẻ BH vuông góc với AC . Trên AC, CD ta lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AH} = \frac{DN}{DC}$. Chứng minh 4 điểm M, B, C, N nằm trên một đường tròn.

Câu 4. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Gọi M, N là trung điểm của CD, DE . AM cắt BN tại I . Chứng minh rằng các điểm M, I, O, N, D nằm trên một đường tròn.

Câu 5. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm BC, N là điểm thuộc đường chéo AC sao cho $AN = \frac{1}{4}AC$. Chứng minh 4 điểm M, N, C, D nằm trên cùng một đường tròn

Câu 6. Cho tam giác ABC có trực tâm H . Lấy điểm M, N thuộc tia BC sao cho $MN = BC$ và M nằm giữa B, C . Gọi D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N lên AC, AB . Chứng minh các điểm A, D, E, H cùng thuộc một đường tròn.

Câu 7. Cho đường tròn $(O; R)$; $R = 3cm$. Vẽ dây cung $AB = 4cm$. M là điểm trên đoạn thẳng OA sao cho $AM = 1cm$. Đường thẳng vuông góc với OA tại M cắt AB tại C . Tính tích $AB.AC$.

Giáo viên: Bùi Minh Mẫn

TÌM X ĐỂ BIỂU THỨC SAU RÚT GỌN LÀ SỐ NGUYÊN

I. Các dạng bài và ví dụ

A. Với x nguyên.

Dạng 1: Tìm giá trị của biến x Nguyên để $A = \frac{a}{c\sqrt{x}+d}$ ($a, c, d \in \mathbb{Z}$) là số nguyên.

PP:

- Vì x nguyên, $x \geq 0$ nên \sqrt{x} là số tự nhiên hoặc là số vô tỉ.

Nếu \sqrt{x} là số vô tỉ thì $c\sqrt{x}+d$ là số vô tỉ nên A là số vô tỉ (loại), vậy \sqrt{x} là số tự nhiên.

Vậy để $A \in \mathbb{Z} \Rightarrow (c\sqrt{x}+d) \in U(a)$.

- Chú ý khi tìm được x phải kết hợp với điều kiện ban đầu.

Câu 7: Biểu thức A sau khi rút gọn có dạng $A = \frac{7}{\sqrt{x}-2}$.

(Với điều kiện ban đầu: $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$ (*)). Tìm x nguyên để A nguyên.

Dạng 2: Tìm giá trị của biến x nguyên để $A = \frac{a\sqrt{x}+b}{c\sqrt{x}+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$) là số nguyên.

Phương pháp:

- Chia tử thức cho mẫu thức được thương là hằng số $\frac{a}{c}$.

Nếu phần thương không là số nguyên thì nhân 2 vế với mẫu số của phần thương để biến thành số nguyên, khi đó cách giải tương tự **Dạng 1**.

- Chú ý khi tìm được x phải kết hợp với điều kiện ban đầu.

Câu 8: Biểu thức A sau khi rút gọn có dạng $A = \frac{3\sqrt{x}+5}{2\sqrt{x}+1}$.

Với điều kiện ban đầu: $x \geq 0, x \neq 9$ (1). Tìm x nguyên để A nguyên.

Dạng 3: Tìm giá trị của biến x nguyên để

$A = \frac{mx+n}{d\sqrt{x}+e} = a\sqrt{x}+b + \frac{c}{d\sqrt{x}+e}$ ($a, b, c, d, e, m, n \in \mathbb{Z}$) là số nguyên.

Chú ý: Với dạng này ta vẫn phải xét trường hợp khi x nguyên và \sqrt{x} là số vô tỉ để khẳng định A vô tỉ để loại và cách giải giống hai dạng trên.

Câu 9: Tìm x nguyên để $A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-3}$ nguyên.

B. Với x là số thực.

Dạng 4: Tìm giá trị của biến x (số thực) để A là số nguyên.

PP:

• Đánh giá từ điều kiện của x và tìm cách chứng minh $m \leq A \leq n$ từ đó suy ra các giá trị nguyên của A và tìm được x .

• **Chú ý:**

+ Khi tìm được x phải kết hợp với điều kiện ban đầu.

Câu 10: Tìm x để $A = \frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ nguyên, với điều kiện ban đầu $x \geq 0, x \neq 9$.

VD: Tìm các giá trị của x để $P = \frac{3}{x-\sqrt{x}+3}$ là số nguyên.

II. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 11. Cho biểu thức $A = \frac{3}{2\sqrt{x}+1}$. Tìm x nguyên để A nguyên.

Câu 12. Cho hai biểu thức

$$A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x} \text{ và } B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5} \text{ với } x \geq 0; x \neq 25.$$

a) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = A.B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Câu 13. Cho biểu thức

$$P = \frac{x}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1-\sqrt{y})} - \frac{y}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+1)} - \frac{xy}{(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{y})}$$

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm x, y nguyên thỏa mãn phương trình $P = 2$.

Câu 14. Cho biểu thức $A = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ ($x \geq 0; x \neq 1$). Tìm x nguyên để A nguyên.

Câu 15. Cho biểu thức

$$A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right) (x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9).$$

Tìm x nguyên để A nguyên.

Câu 16. Cho $A = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 2$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm x sao cho $C = -A.B$ nhận giá trị là số nguyên.

Câu 17. Cho biểu thức $M = \frac{2x}{3\sqrt{x+1}}$. Tìm x nguyên để A nguyên.

Câu 18. Cho $A = \frac{2\sqrt{x+8}}{\sqrt{x+1}}$. Tìm x để A nguyên.

Câu 19. Cho $A = \frac{3\sqrt{x}}{5\sqrt{x+1}}$. Tìm x để A nguyên.

Câu 20. Cho $P = \frac{2x-1}{\sqrt{x+1}}$. Tìm x để P nhận các giá trị nguyên nhỏ hơn 2.

Câu 21. Cho biểu thức $P = \frac{-3x-2}{2\sqrt{x+1}}$. Tìm x để P nhận các giá trị nguyên thỏa mãn $P \geq -3$.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà