

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
ĐƯỜNG TRÒN

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

1. Định nghĩa đường tròn.

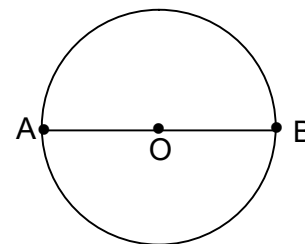
- * Đường tròn tâm O bán kính R là hình gồm các điểm cách O một khoảng bằng R.
- * Kí hiệu: $(O ; R)$ hoặc (O) .

2. Điểm thuộc và không thuộc đường tròn.

- * Điểm $M \in (O ; R)$ hay M nằm trên đường tròn hay (O) đi qua M $\Leftrightarrow OM = R$.
- * Điểm N nằm ngoài đường tròn $\Leftrightarrow ON > R$
- * Điểm P nằm trong đường tròn $\Leftrightarrow OP < R$

3. Đường kính của đường tròn.

Đoạn thẳng nối hai điểm trên đường tròn và đi qua tâm O gọi là đường kính của đường tròn tâm O.



Tâm O của đường tròn là trung điểm của đường kính.

4. Cách xác định đường tròn.

Một đường tròn xác định khi biết tâm và bán kính hoặc biết đường kính.

5. Chú ý.

- * Qua ba điểm không thẳng hàng A , B , C ta vẽ được một đường tròn duy nhất có tâm là giao điểm ba đường trung trực của ΔABC .
- * Qua hai điểm A , B cho trước ta vẽ được vô số đường tròn có tâm nằm trên đường trung trực của đoạn AB.
- * Không vẽ được đường tròn nào đi qua ba điểm thẳng hàng.

6. Tâm đối xứng và trục đối xứng của đường tròn.

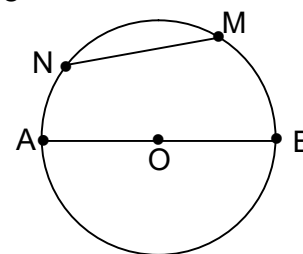
- * Tâm của đường tròn là tâm đối xứng của đường tròn đó.
 - * Bất kì đường kính nào cũng là trục đối xứng của đường tròn đó
- => Một đường tròn chỉ có duy nhất một tâm đối xứng và có vô số trục đối xứng.

7. Dây của đường tròn.

Đoạn thẳng nối hai điểm bất kì trên đường tròn gọi là dây của đường tròn đó.

Ví dụ: Dây MN của (O)

Đường kính AB cũng được gọi là dây của (O) .



8. So sánh độ dài đường kính và dây.

Định lý 1: Trong các dây của đường tròn, dây lớn nhất là đường kính.

9. Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây.

Định lý 2: Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây đó.

Định lý 3: Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây đó.

10. Để chứng minh các điểm thuộc một đường tròn: cần nhớ:

+ Trong tam giác vuông trung điểm cạnh huyền là tâm vòng tròn ngoại tiếp

+ Trong tam giác đều, tâm vòng tròn ngoại tiếp là trọng tâm tam giác đó.

+ Trong tam giác thường:

- Tâm vòng tròn ngoại tiếp là giao điểm của 3 đường trung trực của 3 cạnh tam giác đó

- Tâm vòng tròn nội tiếp là giao điểm 3 đường phân giác trong của tam giác đó

- Các đỉnh của hình chữ nhật cùng thuộc đường tròn tâm là giao điểm hai đường chéo.

- Các đỉnh của hình vuông cùng thuộc đường tròn tâm là giao điểm hai đường chéo.

B. Bài tập vận dụng:

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A trung tuyến AM, có $\widehat{ABC} = 15^\circ$. Chứng minh rằng:

$$BC^2 = 4AB.AC$$

Câu 2. Hình bình hành ABCD có AB = 20cm và BD = 15cm, góc tạo bởi hai cạnh AB và BD là 110° . Tính diện tích hình bình hành ABCD (làm tròn đến 3 chữ số sau dấu phẩy).

Câu 3. Cho góc nhọn xAy và hai điểm B, C thuộc Ax. Dựng đường tròn (O) đi qua B và C sao cho tâm O nằm trên tia Ay.

Câu 4. Cho hình vuông ABCD, O là giao điểm của hai đường chéo, $OA = \sqrt{2}cm$. Vẽ đường tròn tâm A bán kính 2cm. Trong năm điểm A, B, C, D, O điểm nào nằm trên đường tròn? Điểm nào nằm trong đường tròn? Điểm nào nằm ngoài đường tròn?

Câu 5. Cho hình thoi ABCD có $\widehat{A} = 60^\circ$. Gọi E; F; G; H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB; BC; CD; DA. Chứng minh rằng 6 điểm E; F; G; H; B và D cùng nằm trên đường tròn.

Câu 6. Tam giác ABC cân tại A; BC = 12cm; đường cao AH = 4cm. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Câu 7. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{C} + \widehat{D} = 90^\circ$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BD, DC và CA. Chứng minh rằng bốn điểm M, N, P, Q cùng nằm trên một đường tròn.

Câu 8. Cho đường tròn (O; R). Vẽ 2 dây AB và CD vuông góc với nhau. Chứng minh rằng:

$$S_{ACBD} \leq 2R^2.$$

Câu 9. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Dây CD cắt đường kính AB tại I. Gọi H và K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ A và B đến CD. Chứng minh CH = DK.

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
RÚT GỌN BIỂU THỨC CĂN BẬC HAI CHỨA CHỮ VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN
Tài liệu lớp học Zoom 9A0 – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

RÚT GỌN BIỂU THỨC CĂN BẬC HAI CHỨA CHỮ

Trình tự thực hiện bài toán rút gọn:

- Bước 1: Tìm điều kiện xác định: Biểu thức trong căn không âm và mẫu thức khác 0
- Bước 2: Phân tích tử thức và mẫu thức của mỗi phân thức thành tích và rút gọn (nếu có thể)
- Bước 3: Quy đồng và tính toán như với các phân thức
- Bước 4: Rút gọn biểu thức cuối cùng.

Kiến thức liên quan

- Bất đẳng thức
- Phương trình, Bất phương trình bậc nhất một ẩn

Dạng 1. Rút gọn biểu thức chứa căn và tính giá trị của biểu thức

Câu 1. Cho $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$

a) Rút gọn A

b) Tính giá trị của A biết $|x-1|=5$

Câu 2. Cho $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right)$

a) Rút gọn B

b) Tính giá trị của A, biết $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

Dạng 2. Rút gọn biểu thức chứa căn và tìm x thỏa mãn phương trình, bất phương trình, bất đẳng thức

Câu 3. Cho biểu thức: $B = \left(\frac{1}{3-\sqrt{x}} - \frac{1}{3+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}$. Rút gọn biểu thức B và tìm tất cả các giá

trị nguyên của x để $B > \frac{1}{2}$.

Câu 4. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$. Tìm tất cả giá trị của x để

$$\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$$

Câu 5. Cho $A = \left(\frac{1}{x-1} + \frac{3\sqrt{x}+5}{x\sqrt{x}-x-\sqrt{x}+1} \right) \left[\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{4\sqrt{x}} - 1 \right]$

a) Rút gọn A.

b) Đặt $B = (x - \sqrt{x} + 1)A$. Chứng minh rằng $B > 1$

Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa căn và bài toán số học

Câu 6. Cho $A = \left(\frac{6x+4}{3\sqrt{3x^3}-8} - \frac{\sqrt{3x}}{3x+2\sqrt{3x}+4} \right) \left(\frac{1+3\sqrt{3x^3}}{1+\sqrt{3x}} - \sqrt{3x} \right)$

a) Rút gọn A

b) Tìm x nguyên để A có giá trị nhỏ nhất.

c) Tìm x nguyên để A nguyên.

Câu 7. Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$.

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

c) Tìm x để biểu thức $Q = \frac{2\sqrt{x}}{P}$ nhận giá trị là số nguyên.

Dạng 4. Rút gọn biểu thức chứa căn và bài toán bất đẳng thức, GTLN, GTNN

Câu 8. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$. Với $x > 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để $P = \frac{2}{7}$.

c) So sánh: P^2 và $2P$.

Câu 9. Cho biểu thức: $P = \left(1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1} \right) - 1$

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức P có nghĩa và rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để $P \leq 0$.

c) Tìm x để \sqrt{P} đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 10. Cho hai biểu thức: $P = \frac{x+4\sqrt{x}+13}{3\sqrt{x}+1}$ và $Q = \frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{12\sqrt{x}+4}{x-4}$ với $x > 0, x$ khác 4.

a) Tính giá trị của P khi $x = 9$

b) Rút gọn biểu thức Q

c) Tìm giá trị x để biểu thức $P.Q$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài tập về nhà

Câu 11. Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right) \left(\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} - \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} \right)$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của A khi $|a - 1| = 1$

Câu 12. Cho $A = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x - 6\sqrt{x} + 4}{x - 4}$ ($x \geq 0, x \neq 4$)

a) Rút gọn A

b) Tính giá trị của A, khi $x = 9 + 4\sqrt{5}$

Câu 13. Cho $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{x - 4} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{2}$ ($x \geq 0; x \neq 4$)

a) Rút gọn A

b) Tìm x để $A = \frac{2\sqrt{x} - 3}{6}$

Câu 14. Cho biểu thức $B = \left(\frac{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 3}{1 - \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x - 1}{2x + \sqrt{x} - 1}$

a) Rút gọn.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $B < 0$.

Câu 15. Cho $P = \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 1} - \frac{x + 2}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

a) Rút gọn P.

b) Tính P biết $x = \frac{4}{\sqrt{2} + 1} + \frac{4}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{4}{2 + \sqrt{3}}$.

c) Tìm x nguyên để P nguyên.

Câu 16. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{8x}{4 - x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi $x = 17 - 12\sqrt{2}$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = (\sqrt{x} - 3)P + 4\sqrt{x - 1}$

Câu 17. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x+2\sqrt{x}+4}{x\sqrt{x}-8} + \frac{x+2\sqrt{x}+1}{x-1} \right) : \left(3 + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} \right)$

- a) Rút gọn A.
- b) Tìm giá trị của x để $A > 0$.
- c) Tìm x để $A > 1$.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà