

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**  
**HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ**  
**Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng**

**HÌNH HỌC**

**Câu 13.** Tính:

a)  $A = \sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ$ .

b)  $B = \cos 45^\circ \cdot \cos^2 23^\circ + \sin 45^\circ \cdot \cos^2 67^\circ$ .

c)  $C = \frac{\operatorname{tg} 64^\circ}{\operatorname{cotg} 26^\circ} - 1$

HD:

$$A = \sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ = \sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ + \cos^2 3^\circ = 2.$$

$$B = \cos 45^\circ \cdot \cos^2 23^\circ + \sin 45^\circ \cdot \cos^2 67^\circ = \cos 45^\circ \cdot \sin^2 67^\circ + \cos 45^\circ \cdot \cos^2 67^\circ$$

$$= \cos 45^\circ (\sin^2 67^\circ + \cos^2 67^\circ) = \cos 45^\circ = 0,5.$$

$$C = \frac{\operatorname{tg} 64^\circ}{\operatorname{cotg} 26^\circ} - 1 = 1 - 1 = 0$$

**Câu 14.** Tính:  $\cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \sin^2 45^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ$

HD :

$$\cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \sin^2 45^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ$$

$$= (\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ) + (\cos^2 25^\circ + \cos^2 65^\circ) + (\cos^2 35^\circ + \cos^2 55^\circ) + \cos^2 45^\circ$$

$$= (\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ) + (\cos^2 25^\circ + \sin^2 25^\circ) + (\cos^2 35^\circ + \sin^2 35^\circ) + \cos^2 45^\circ = \frac{7}{2}.$$

**Câu 15.** Chứng minh các đẳng thức sau:

a)  $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = 1 + 2\operatorname{tg}^2 \alpha$

b) Cho  $\alpha, \beta$  là hai góc nhọn. Chứng minh rằng:  $\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta = \sin^2 \beta - \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}$

HD:

a)  $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + 2\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1 + 2\operatorname{tg}^2 \alpha$

b)  $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta} = \frac{1}{1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} - \frac{1}{1 + \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta}} = \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta$

**ĐẠI SỐ**

**Câu 5.** Chứng minh số sau là số nguyên  $\sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}}$

HD:

Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}}} &= \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2}}} \\ &= \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 20 - 10\sqrt{3}}}} = \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{28 - 10\sqrt{3}}}} \\ &= \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{(5 - \sqrt{3})^2}}} = \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 25 - 5\sqrt{3}}} \\ &= \sqrt{4 + \sqrt{25}} = \sqrt{4 + 5} = 3 \end{aligned}$$

Vậy  $\sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}}$  là số nguyên.

**Câu 6.** So sánh  $\sqrt{2021} + \sqrt{2023}$  và  $2\sqrt{2022}$

HD:

Ta có:  $(\sqrt{2021} + \sqrt{2023})^2 = 2021 + 2\sqrt{2021 \cdot 2023} + 2023 = 4044 + 2\sqrt{2021 \cdot 2023}$

$$(2\sqrt{2022})^2 = 4 \cdot 2022 = 4044 + 2 \cdot 2022 = 4044 + 2\sqrt{2022^2}$$

Mặt khác  $2021 \cdot 2023 = 2021 \cdot 2022 + 2021 < 2021 \cdot 2022 + 2022$

$$\Rightarrow \sqrt{2021 \cdot 2023} < \sqrt{2022^2}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2021} + \sqrt{2023})^2 < (2\sqrt{2022})^2 \Rightarrow \sqrt{2021} + \sqrt{2023} < 2\sqrt{2022} \text{ (vì cả hai vế đều dương)}$$

**Câu 7.** Chứng minh  $B = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots + \sqrt{6}}}}$  không là số nguyên.

HD:

Ta có:  $B = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots + \sqrt{6}}}} < \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots + \sqrt{9}}}} = 3$

Và  $B = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{4}}}} < \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{4}}}} = 2$

Suy ra  $2 < B < 3 \Rightarrow B$  không là số nguyên