

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 10**  
**BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN – HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**  
Tài liệu lớp học zoom 10A1 – 18h00 – 21h15 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**A. Phương trình bậc nhất hai ẩn**

**1. Nghiệm và miền nghiệm của bpt bậc nhất hai ẩn:**

\* BPT bậc nhất hai ẩn có dạng:  $ax + by \leq c$  (\*) với  $a, b$  không đồng thời bằng 0.

(hoặc  $ax + by < c$ ;  $ax + by \geq c$ ;  $ax + by > c$ ).

\* Những giá trị  $(x; y)$  thỏa mãn (\*) gọi là nghiệm, và (\*) luôn có vô số nghiệm.

\* Miền nghiệm của (\*):

+ “Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm bất phương trình (\*) được gọi là **miền nghiệm** của nó” - **Miền nghiệm là một trong hai nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng**  $ax + by = c$ .

VD:

BPT  $2x + y \leq 3$  (1)

Có nghiệm  $(x_0; y_0) = (1; 0)$

Vì  $(1; 0)$  thỏa mãn (1).

**+ Cách xác định miền nghiệm (biểu diễn hình học miền nghiệm trên mp tọa độ):**

**Bước 1:** Vẽ đường thẳng ( $d$ ):  $ax + by = c$  trên hệ trục tọa độ.

**Bước 2:** Lấy một điểm  $M(x_0; y_0)$  bất kì không thuộc ( $d$ ). (Thường chọn điểm  $O(0; 0)$  khi  $ax + by = c$  không đi qua gốc tọa độ).

**Bước 3:**

- Nếu tọa độ của  $M$  thỏa mãn bất phương trình (\*) thì miền nghiệm là nửa mặt phẳng chứa điểm  $M$  (bờ là đường thẳng  $d$ ).

- Nếu tọa độ của  $M$  không thỏa mãn bất phương trình (\*) thì miền nghiệm là nửa mặt phẳng không chứa điểm  $M$  (bờ là đường thẳng  $d$ ).

**Chú ý:**

*Miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by \leq c$  bỏ đi đường thẳng  $ax + by = c$  là miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by < c$ .*

**Câu 1.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $2x + y \leq 3$ .

**Câu 2.** Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình sau:

- a)  $x + 2y < 3$ ;      b)  $3x - 4y \geq -3$ ;      c)  $y \geq -2x + 4$ ;      d)  $y < 1 - 2x$ .

### Ứng dụng vào bài toán thực tế

**Câu 3.** Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng  $60\text{m}^2$ . Diện tích để kê một chiếc ghế là  $0,5\text{m}^2$ , một chiếc bàn là  $1,2\text{m}^2$ . Gọi  $x$  là số chiếc ghế,  $y$  là số chiếc bàn được kê.

- a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế, biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là  $12\text{m}^2$ .
- b) Chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình trên.

**Câu 4.** Trong 1 lạng (100g) thịt bò chứa khoảng 26g protein, 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20g protein. Trung bình trong một ngày, một người phụ nữ cần tối thiểu 46g protein. Gọi  $x, y$  lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người phụ nữ nên ăn trong một ngày. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người phụ nữ trong một ngày và chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình đó.

**Câu 5.** Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Em có thể sử dụng bao nhiêu phút gọi nội mạng và bao nhiêu phút gọi ngoại mạng trong một tháng nếu em muốn số tiền phải trả ít hơn 200 nghìn đồng?

### B. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

**Biểu diễn hình học của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Áp dụng vào bài toán kinh tế.**

- + Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn gồm một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  mà ta phải tìm các nghiệm chung của chúng. Mỗi nghiệm chung đó được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
- + **Biểu diễn miền nghiệm trên hệ trục tọa độ:** Lấy giao của các miền nghiệm của từng bất phương trình, ta được miền nghiệm chung của hệ bpt.

**Câu 6.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

### Áp dụng vào bài toán kinh tế.

+ PP tìm cực trị của của biểu thức  $F = ax + by$  ( $a, b$  không đồng thời bằng 0). **Trong đó**  $(x; y)$  là tọa độ của các điểm thuộc miền đa giác (đa giác này là giao của các đường thẳng như trong Câu 2 - tứ giác ICOA):

$F = ax + by$ : đạt giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất tại 1 trong các đỉnh của đa giác (thay tọa độ các đỉnh vào  $ax + by$ , chọn giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất theo yêu cầu bài toán).

**Câu 7.** Một phân xưởng có hai máy đặc chủng  $M_1, M_2$  sản xuất hai loại sản phẩm kí hiệu là I và II. Một tấn sản phẩm loại I lãi 2 triệu đồng, một tấn sản phẩm loại II lãi 1,6 triệu đồng. Muốn sản xuất một tấn sản phẩm loại I phải dùng máy  $M_1$  trong 3 giờ và máy  $M_2$  trong 1 giờ. Muốn sản xuất một tấn sản phẩm loại II phải dùng máy  $M_1$  trong 1 giờ và máy  $M_2$  trong 1 giờ. Một máy không thể dùng để sản xuất đồng thời

hai loại sản phẩm. Máy  $M_1$  làm việc không quá 6 giờ trong một ngày, máy  $M_2$  một ngày chỉ làm việc không quá 4 giờ. Hãy đặt kế hoạch sản xuất sao cho tổng số tiền lãi cao nhất?

**Câu 8.** Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng toạ độ.

a)  $x - 2y + 2 > 0$ ;

b) 
$$\begin{cases} 2x - y + 1 > 0 \\ y - x > 0 \\ 2x + 3y - 6 < 0 \end{cases}$$

**Câu 9.** Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng toạ độ :

a)  $x - 2y + 4 < 0$ ;

b)  $2x - 3y + 6 \geq 0$

c)  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 \leq 0$

d) 
$$\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ x - 2y - 2 \leq 0 \\ x + 2y - 2 \leq 0 \end{cases}$$

**Câu 10.** Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức  $F(x, y) = x - y - 1$  với  $x, y$  thỏa mãn

$$\begin{cases} x - 2y + 2 \geq 0 \\ 3x + 8y - 24 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

**Câu 11.** Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức  $F(x, y) = -2x + 5y - 7$  với

$$\begin{cases} 3x - 2y + 6 \geq 0 \\ 2x + y + 2 \geq 0 \\ x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

**Câu 12.** Một xưởng sản xuất hai loại hàng. Mỗi sản phẩm loại I cần 21 nguyên liệu và 30h , đem lại lợi nhuận là 4000 đồng cho mỗi đơn vị. Mỗi sản phẩm loại II cần 41 nguyên liệu và 15h , đem lại lợi nhuận là 3000 đồng cho mỗi đơn vị. Xưởng có 2001 nguyên liệu và 1200h làm việc. Hỏi sản xuất mỗi loại hàng bao nhiêu để mức lợi nhuận cao nhất?

Giáo viên: Nguyễn Thành Long

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 10  
LƯỢNG GIÁC – GIẢI TAM GIÁC (ôn tập)  
Tài liệu lớp học zoom 10A1 – 18h00 – 21h15 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

Câu 1. Chứng minh các đẳng thức sau:

a)  $\frac{\sin^3 a + \cos^3 a}{\sin a + \cos a} = 1 - \sin a \cos a$

b)  $\frac{\sin^2 a - \cos^2 a}{1 + 2 \sin a \cos a} = \frac{\tan a - 1}{\tan a + 1}$

c)  $\sin^4 a + \cos^4 a - \sin^6 a - \cos^6 a = \sin^2 a \cos^2 a$

Câu 2. Chứng minh các đẳng thức sau:

a)  $\frac{\tan - \tan b}{\cot b - \cot a} = \tan a \tan b$

b)  $2(\sin^6 a + \cos^6 a) + 1 = 3(\sin^4 a + \cos^4 a)$

c)  $\frac{\sin a}{1 + \cos a} + \frac{1 + \cos a}{\sin a} = \frac{2}{\sin a}$

d)  $\frac{\sin^2 a - \cos^2 a}{1 + 2 \sin a \cos a} = \frac{1 - \cot a}{1 + \cot a}$

Câu 3. Đơn giản các biểu thức sau:

a)  $A = (1 + \cot a) \sin^3 a + (1 + \tan a) \cos^3 a$

b)  $B = \frac{\sin^2 a - \tan^2 a}{\cos^2 a - \cot^2 a}$

c)  $C = \frac{(\sin a + \cos a)^2 - 1}{\cot a - \sin a \cos a}$

d)  $D = \frac{1 - \sin^2 a \cos^2 a}{\sin^2 a} - \sin^2 a$

Câu 4. Cho  $\sin a = \frac{3}{5}$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{\cot a - 2 \tan a}{\tan a + 3 \cot a}$ ?

Câu 5. Tính

a)  $A = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ$  (8 số hạng)

b)  $B = \cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \cos 30^\circ + \dots + \cos 180^\circ$  (18 số hạng)

Câu 6. Cho  $\Delta ABC$  có  $b = 6, c = 8, \hat{A} = 60^\circ$ . Độ dài cạnh  $a$  là?

A.  $2\sqrt{13}$ .

B.  $3\sqrt{12}$ .

C.  $2\sqrt{37}$ .

D.  $\sqrt{20}$ .

Câu 7. Cho  $\Delta ABC$  có  $a = 13, b = 14, c = 15$ . Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp  $R$  của tam giác trên là?

A. 8,125.

B. 130.

C. 8.

D. 8,5.

Câu 8. Cho tam giác  $\Delta ABC$  có  $b = 7, c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$ . Đường cao  $h_a$  của tam giác  $ABC$  là?

A.  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ .

B. 8.

C.  $8\sqrt{3}$

D.  $80\sqrt{3}$

Câu 9. Cho tam giác  $ABC$  thoả mãn hệ thức  $b + c = 2a$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A.  $\cos B + \cos C = 2 \cos A$ .

B.  $\sin B + \sin C = 2 \sin A$ .

C.  $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$ .

D.  $\sin B + \cos C = 2 \sin A$ .

**Câu 10.** Cho tam giác  $ABC$ . Đẳng thức nào dưới đây là sai?

- A.  $\sin(A+B-2C) = \sin 3C$ .      B.  $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$ .
- C.  $\sin(A+B) = \sin C$ .      D.  $\cos \frac{A+B+2C}{2} = \sin \frac{C}{2}$ .

**Câu 11.** Cho tam giác  $ABC$  có  $a^2 + b^2 - c^2 > 0$ . Khi đó, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Góc  $C > 90^\circ$       B. Góc  $C < 90^\circ$ .
- C. Góc  $C = 90^\circ$       D. Không thể kết luận được gì về góc  $C$ .

**Câu 12.** Gọi  $S = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$  là tổng bình phương độ dài ba trung tuyến của tam giác  $ABC$ . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A.  $S = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$ .      B.  $S = a^2 + b^2 + c^2$ .
- C.  $S = \frac{3}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$ .      D.  $S = 3(a^2 + b^2 + c^2)$ .

**Câu 13.** Hai chiếc tàu thuỷ cùng xuất phát từ vị trí  $A$ , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc  $30^\circ$ . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ  $60\text{ km/h}$ , tàu thứ hai chạy với tốc độ  $80\text{ km/h}$ . Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau khoảng bao nhiêu km?

- A.  $70\text{ km}$ .      B.  $65\text{ km}$ .      C.  $72\text{ km}$ .      D.  $75\text{ km}$ .

**Câu 14.** Các cạnh của tam giác  $ABC$  thỏa mãn  $\frac{b^3 + c^3 - a^3}{b+c-a} = a^2$ . Số đo góc  $A$  là:

- A.  $120^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

**Câu 15.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $AB = 4\text{ cm}; BC = 5\text{ cm}; BD = 7\text{ cm}$ . Độ dài đoạn  $AC$  bằng bao nhiêu  $\text{cm}$ ? (Tính chính xác đến hàng phần trăm)?

- A.  $6,25\text{ (cm)}$ .      B.  $5,74\text{ (cm)}$ .      C.  $5,67\text{ (cm)}$ .      D.  $5,93\text{ (cm)}$ .

**Câu 16.** Cho tam giác  $ABC$  có  $a = BC, b = CA, c = AB$ . Gọi  $I, p$  lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp và nửa chu vi của tam giác  $ABC$ . Giá trị của biểu thức  $\frac{IA^2}{c(p-a)} + \frac{IB^2}{a(p-b)} + \frac{IC^2}{b(p-c)}$  là?

- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

**Câu 17.** Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp trong đường tròn bán kính  $R = 1$ . Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  đạt giá trị lớn nhất bằng?

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{1}{3}$ .      D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 18.** Cho đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$  và điểm  $M$  thỏa mãn  $MO = 3R$ . Một đường kính  $AB$  thay đổi trên đường tròn. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = MA + MB$ ?

- A.  $\min S = 6R$ .      B.  $\min S = 4R$ .      C.  $\min S = 2R$ .      D.  $\min S = R$ .

**Câu 19.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 2\sqrt{3}$ ,  $AC = 2AB$  và độ dài đường cao  $AH = 2$ . Tính độ dài cạnh  $AB$ ?

A.  $AB = 2$ .      B.  $AB = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

C.  $AB = 2$  hoặc  $AB = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $AB = 2$  hoặc  $AB = \frac{2\sqrt{21}}{3}$ .

**Câu 20.** Cho  $\Delta ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Trên các cạnh  $AB, BC, CA$  lần lượt lấy các điểm  $M, N, P$  sao cho  $AM = BN = CP = x, (0 < x < a)$ . Tìm  $x$  theo  $a$  để diện tích  $\Delta ABC$  gấp 3 lần diện tích  $\Delta MNP$ ?

A.  $x = \frac{a}{3}$  hoặc  $x = \frac{2a}{3}$ .

B.  $x = \frac{a}{2}$ .

C.  $x = \frac{a}{4}$  hoặc  $x = \frac{3a}{4}$ .

D.  $x = \frac{a}{4}$ .

**Câu 21.** Cho các điểm  $A(1; -2), B(-2; 3), C(0; 4)$ . Diện tích  $\Delta ABC$  bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{13}{2}$ .

B. 13 .

C. 26 .

D.  $\frac{13}{4}$ .

Giáo viên: Trần Ngọc Hà