

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 2. Tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc với nhau. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA. Tứ giác EFGH là hình gì? Vì sao?

HD:

Vì E, H lần lượt là trung điểm của AB, DA nên

EH là đường trung bình $\triangle ABD$

$$\Rightarrow EH \parallel BD; EH = \frac{1}{2}BD \quad (1)$$

Vì F, G lần lượt là trung điểm của BC, CD nên

FG là đường trung bình $\triangle BCD$

$$\Rightarrow FG \parallel BD, FG = \frac{1}{2}BD$$

$$\Rightarrow EH = FG; EH \parallel FG \Rightarrow EHG F \text{ là hình bình hành}$$

Vì E, F lần lượt là trung điểm AB, BC nên

EF là đường trung bình $\triangle ABC$

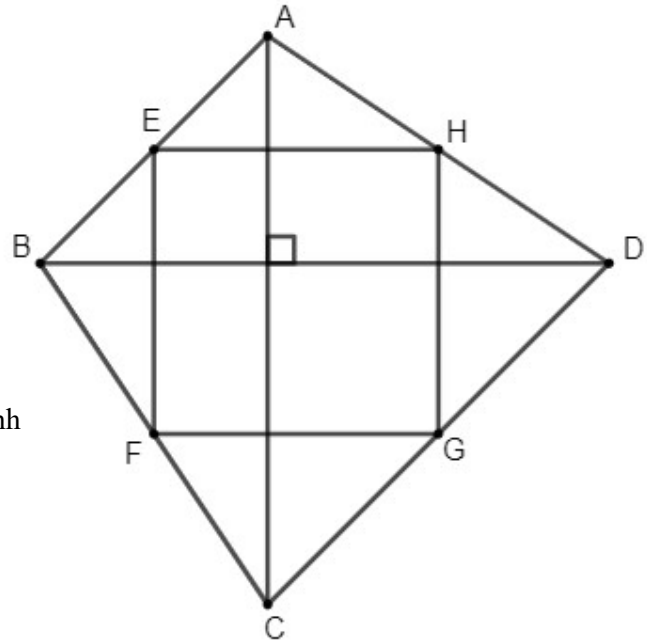
$$\Rightarrow EF \parallel AC \quad (2)$$

Tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc với nhau

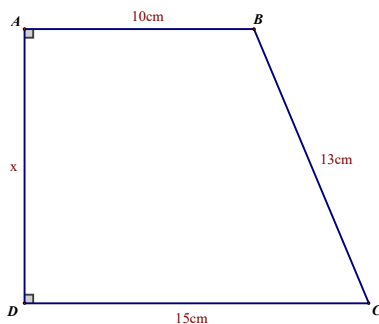
$$\Rightarrow AC \perp BD \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow EH \perp EF \Rightarrow \widehat{HEF} = 90^\circ$$

Hình bình hành EHG F có một góc vuông nên là hình chữ nhật.



Câu 3. Tính x ở hình vẽ sau:



HD:

Hạ $BE \perp CD$

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{ACE} = \widehat{BEC} = 90^\circ$$

\Rightarrow Tứ giác $ABEC$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow \begin{cases} AB = CE = 10\text{cm} \\ AC = BE \end{cases}$$

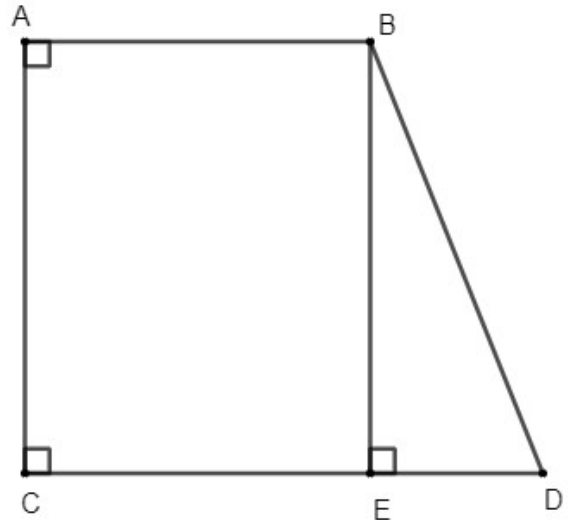
$$\Rightarrow DE = CD - CE = 15 - 10 = 5(\text{cm})$$

$\triangle BED$ vuông tại E có:

$$BD^2 = BE^2 + ED^2 \text{ (định lý Py - ta - go)}$$

$$\Rightarrow BE^2 = BD^2 - ED^2 = 13^2 - 5^2 = 144$$

$$\Rightarrow BE = 12\text{cm} \Rightarrow AD = 12\text{cm} \Rightarrow x = 12\text{cm}$$



ĐẠI SỐ

Câu 12. Tìm GTNN hoặc GTLN của

c) $(3-x)^2 + (2x-1)^2$

HD:

$$\begin{aligned} \text{c) Ta có: } (3-x)^2 + (2x-1)^2 &= x^2 - 6x + 9 + 4x^2 - 4x + 1 = 5x^2 - 10x + 10 \\ &= 5(x^2 - 2x + 1) + 5 = 5(x-1)^2 + 5 \end{aligned}$$

$$\text{Vì } (x-1)^2 \geq \forall x \Rightarrow 5(x-1)^2 + 5 \geq 5$$

$$\text{Hay } (3-x)^2 + (2x-1)^2 \geq 5$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$\text{Vậy GTNN của } (3-x)^2 + (2x-1)^2 = 5 \text{ khi } x=1$$

Câu 13. Tìm GTNN của

a) $A = 2x^2 + y^2 - 2xy - 6x + 4y$

b) $B = 4x^2 + 2y^2 + 4xy + 4x - 2y + 5$

HD:

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có: } A &= 2x^2 + y^2 - 2xy - 6x + 4y = (x^2 + y^2 + 4 - 2xy + 4y - 4x) + (x^2 - 2x + 1) - 5 \\ &= (x-y-2)^2 + (x-1)^2 - 5 \end{aligned}$$

$$\text{Vì } \begin{cases} (x-y-2)^2 \geq 0 \\ (x-1)^2 \geq 0 \end{cases} \forall x, y \text{ nên } (x-y-2)^2 + (x-1)^2 - 5 \geq -5$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x-y-2=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy GTNN của $A = -5$ khi $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$

b) Ta có: $B = 4x^2 + 2y^2 + 4xy + 4x - 2y + 5 = (4x^2 + y^2 + 1 + 4xy + 2y + 4x) + (y^2 - 4y + 4)$
 $= (2x + y + 1)^2 + (y - 2)^2$

Vì $\begin{cases} (2x + y + 1)^2 \geq 0 \\ (y - 2)^2 \geq 0 \end{cases} \forall x, y$ nên $(2x + y + 1)^2 + (y - 2)^2 \geq 0$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$

Vậy GTNN của $B = 0$ khi $\begin{cases} y = 2 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$

Câu 14. Tìm x biết $(2x-1)^3 + (3x-2)^3 = (5x-3)^3$

HD:

Ta có: $(2x-1)^3 + (3x-2)^3 = (5x-3)^3$

$\Rightarrow (2x-1)^3 + (3x-2)^3 - (5x-3)^3 = 0$

$\Rightarrow a^3 + b^3 - (a+b)^3 = 0, (a = 2x-1; b = 3x-2)$

$\Rightarrow a^3 + b^3 - (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) = 0$

$\Leftrightarrow -3ab(a+b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2x-1 = 0 \\ b = 3x-2 = 0 \\ a+b = 5x-3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{2}{3} \\ x = \frac{3}{5} \end{cases}$