

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 8. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC. Lấy E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K.

- a) Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật
b) Chứng minh $HG = GK = KE$.

HD:

a) Vì E đối xứng H qua I nên I là trung điểm EH
Tứ giác AHCE có hai đường chéo AC, HE cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên là hình bình hành

Mặt khác $AH \perp BC$ nên $\widehat{AHC} = 90^\circ$

$\Rightarrow AHCE$ là hình chữ nhật

b) $\triangle AHC$ có I, M lần lượt là trung điểm của AC, HC

$\Rightarrow AM, HI$ là trung tuyến $\triangle AHC$

Mà AM, HI cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AHC$

$$\Rightarrow HG = \frac{2}{3} HI \quad (1)$$

$\triangle AEC$ có I, N lần lượt là trung điểm của AC, EC

$\Rightarrow EI, AN$ là trung tuyến $\triangle AEC$

Mà EI, AN cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AEC$

$$\Rightarrow KE = \frac{2}{3} EI \quad (2)$$

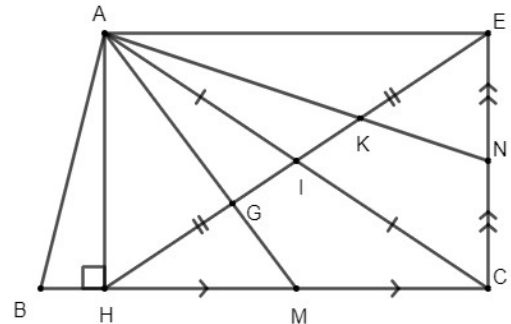
$$\text{Mà I là trung điểm EH (chứng minh câu a)} \Rightarrow HI = EI = \frac{1}{2} HE \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta được $HG = KE = \frac{2}{3} HI = \frac{1}{3} HE$

$$\Rightarrow HG = GK = KE = \frac{1}{3} HE$$

Câu 9. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ CH vuông góc với BD (H thuộc BD). Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm CH, DH, AB.

- a) Chứng minh rằng : M là trực tâm của tam giác BCN.



b) Gọi K là giao điểm của BM và CN. E là hình chiếu của I trên BM. Chứng minh rằng tứ giác EINK là hình chữ nhật.

HD:

a) Xét tam giác CDH có N là trung điểm của DH,

M là trung điểm của CH

\Rightarrow NM là đường trung bình của tam giác CDH

$\Rightarrow NM \parallel CD$.

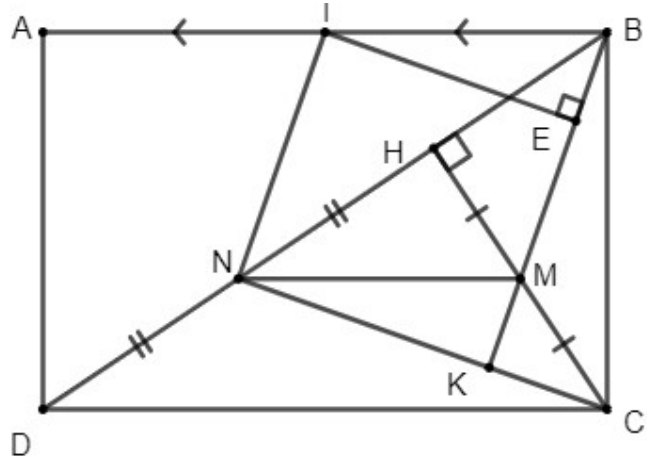
Mà $CD \perp BC$ (Do ABCD là hình chữ nhật)

$\Rightarrow NM \perp BC$.

Xét tam giác BCN có $NM \perp BC$; $CH \perp BN$;

M là giao điểm của CH và NM

\Rightarrow M là trực tâm của tam giác BCN (đpcm).



b) Ta có: $MN \parallel CD$; $MN = \frac{1}{2}CD$ (theo tính chất đường trung bình).

Mà $IB = \frac{1}{2}AB$; $AB \parallel CD$; $AB = CD$

Suy ra $MN \parallel AB$ và $MN = IB$

\Rightarrow Tứ giác BINM là hình bình hành

$\Rightarrow IN \parallel BM$

Mà $BM \perp CN$ (Do M là trực tâm)

$\Rightarrow IN \perp CN \Rightarrow \widehat{INC} = 90^\circ$.

Xét tứ giác NIEK có $\widehat{INK} = \widehat{NKE} = \widehat{IEK} = 90^\circ$

\Rightarrow Tứ giác NIEK là hình chữ nhật (đpcm).

ĐẠI SỐ

Câu 3. Tìm a, b để đa thức

b) $x^4 + ax^3 + bx + 3$ chia cho $(x-2)$ dư 1; chia cho $x+3$ dư 2.

HD:

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x-2)g(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow 16 + 8a + 2b + 3 = 1 \Rightarrow 8a + 2b = -18 \Rightarrow 4a + b = -9$$

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x+3)h(x) + 2$$

$$\Rightarrow f(-3) = 2 \Rightarrow 81 - 27a - 3b + 3 = 2 \Rightarrow 27a + 3b = 82 \Rightarrow a = \frac{109}{15}; b = \frac{-571}{15}$$

Câu 8. Chứng minh rằng

$f(x) = x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^7 + x^6 + \dots + x + 1$.

HD:

$$(x-1)f(x) = (x-1)(x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1) = x^{80} - 1$$

$$(x-1)g(x) = (x-1)(x^7 + x^6 + \dots + x + 1) = x^8 - 1$$

$$x^{80} - 1 = (x^8)^{10} - 1 = (x^8 - 1)h(x)$$

$$\text{Vậy } (x-1)f(x) = (x-1)g(x).h(x) \Rightarrow f(x) = g(x).h(x)$$

Suy ra $f(x)$ chia hết cho $g(x)$

Câu 10. Tìm x nguyên để $(2x+5):(3x^2+x-1)$

HD:

$$(2x+5):(3x^2+x-1) \Rightarrow (2x+5)(6x-13):(3x^2+x-1)$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 4x - 4 - 61:3x^2 + x - 1$$

$$\Rightarrow 61:3x^2 + x - 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 1 \in \{1; -1; 61; -61\}$$

Nếu $3x^2 + x - 1 = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(3x-2) = 0 \Rightarrow x = -1$ (vì x nguyên). Thử lại $x = -1$ thỏa mãn

Nếu $3x^2 + x - 1 = -1 \Rightarrow 3x^2 + x = 0 \Rightarrow x(3x+1) = 0 \Rightarrow x = 0$ (vì x nguyên). Thử lại $x = 0$ thỏa mãn

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = 61 \Rightarrow 3x^2 + x - 62 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 744 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 745 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = -61 \Rightarrow 3x^2 + x - 60 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 720 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 721 \Rightarrow x \in \emptyset$$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = -1$ thỏa mãn đề bài.

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 8. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC. Lấy E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K.

- a) Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật
b) Chứng minh $HG = GK = KE$.

HD:

a) Vì E đối xứng H qua I nên I là trung điểm EH
Tứ giác AHCE có hai đường chéo AC, HE cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên là hình bình hành

Mặt khác $AH \perp BC$ nên $\widehat{AHC} = 90^\circ$

$\Rightarrow AHCE$ là hình chữ nhật

b) $\triangle AHC$ có I, M lần lượt là trung điểm của AC, HC

$\Rightarrow AM, HI$ là trung tuyến $\triangle AHC$

Mà AM, HI cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AHC$

$$\Rightarrow HG = \frac{2}{3} HI \quad (1)$$

$\triangle AEC$ có I, N lần lượt là trung điểm của AC, EC

$\Rightarrow EI, AN$ là trung tuyến $\triangle AEC$

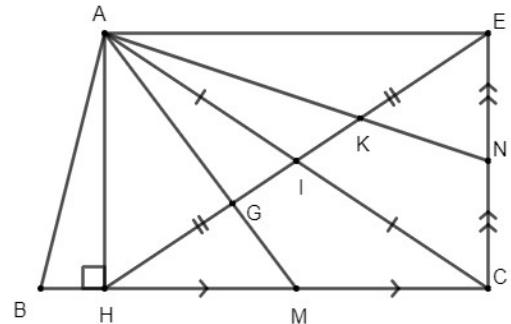
Mà EI, AN cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AEC$

$$\Rightarrow KE = \frac{2}{3} EI \quad (2)$$

$$\text{Mà I là trung điểm EH (chứng minh câu a) } \Rightarrow HI = EI = \frac{1}{2} HE \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta được $HG = KE = \frac{2}{3} HI = \frac{1}{3} HE$

$$\Rightarrow HG = GK = KE = \frac{1}{3} HE$$



Câu 9. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ CH vuông góc với BD (H thuộc BD). Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm CH, DH, AB.

- a) Chứng minh rằng : M là trực tâm của tam giác BCN.

b) Gọi K là giao điểm của BM và CN. E là hình chiếu của I trên BM. Chứng minh rằng tứ giác EINK là hình chữ nhật.

HD:

a) Xét tam giác CDH có N là trung điểm của DH,

M là trung điểm của CH

\Rightarrow NM là đường trung bình của tam giác CDH

$\Rightarrow NM \parallel CD$.

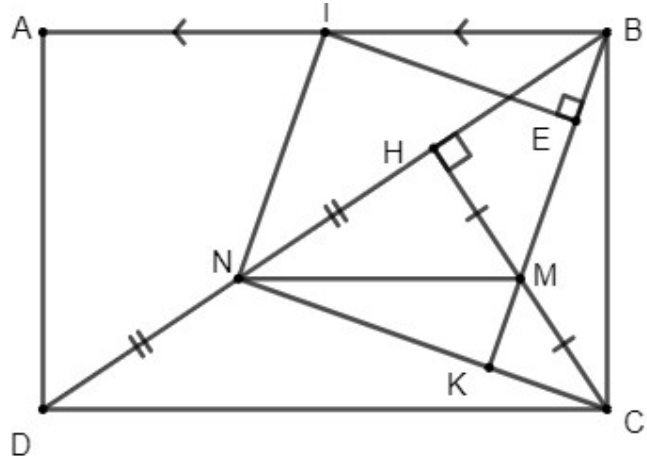
Mà $CD \perp BC$ (Do ABCD là hình chữ nhật)

$\Rightarrow NM \perp BC$.

Xét tam giác BCN có $NM \perp BC$; $CH \perp BN$;

M là giao điểm của CH và NM

\Rightarrow M là trực tâm của tam giác BCN (đpcm).



b) Ta có: $MN \parallel CD$; $MN = \frac{1}{2}CD$ (theo tính chất đường trung bình).

Mà $IB = \frac{1}{2}AB$; $AB \parallel CD$; $AB = CD$

Suy ra $MN \parallel AB$ và $MN = IB$

\Rightarrow Tứ giác BINM là hình bình hành

$\Rightarrow IN \parallel BM$

Mà $BM \perp CN$ (Do M là trực tâm)

$\Rightarrow IN \perp CN \Rightarrow \widehat{INC} = 90^\circ$.

Xét tứ giác NIEK có $\widehat{INK} = \widehat{NKE} = \widehat{IEK} = 90^\circ$

\Rightarrow Tứ giác NIEK là hình chữ nhật (đpcm).

ĐẠI SỐ

Câu 3. Tìm a, b để đa thức

b) $x^4 + ax^3 + bx + 3$ chia cho $(x-2)$ dư 1; chia cho $x+3$ dư 2.

HD:

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x-2)g(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow 16 + 8a + 2b + 3 = 1 \Rightarrow 8a + 2b = -18 \Rightarrow 4a + b = -9$$

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x+3)h(x) + 2$$

$$\Rightarrow f(-3) = 2 \Rightarrow 81 - 27a - 3b + 3 = 2 \Rightarrow 27a + 3b = 82 \Rightarrow a = \frac{109}{15}; b = \frac{-571}{15}$$

Câu 8. Chứng minh rằng

$f(x) = x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^7 + x^6 + \dots + x + 1$.

HD:

$$(x-1)f(x) = (x-1)(x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1) = x^{80} - 1$$

$$(x-1)g(x) = (x-1)(x^7 + x^6 + \dots + x + 1) = x^8 - 1$$

$$x^{80} - 1 = (x^8)^{10} - 1 = (x^8 - 1)h(x)$$

$$\text{Vậy } (x-1)f(x) = (x-1)g(x).h(x) \Rightarrow f(x) = g(x).h(x)$$

Suy ra $f(x)$ chia hết cho $g(x)$

Câu 10. Tìm x nguyên để $(2x+5):(3x^2+x-1)$

HD:

$$(2x+5):(3x^2+x-1) \Rightarrow (2x+5)(6x-13):(3x^2+x-1)$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 4x - 4 - 61:3x^2 + x - 1$$

$$\Rightarrow 61:3x^2 + x - 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 1 \in \{1; -1; 61; -61\}$$

Nếu $3x^2 + x - 1 = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(3x-2) = 0 \Rightarrow x = -1$ (vì x nguyên). Thử lại $x = -1$ thỏa mãn

Nếu $3x^2 + x - 1 = -1 \Rightarrow 3x^2 + x = 0 \Rightarrow x(3x+1) = 0 \Rightarrow x = 0$ (vì x nguyên). Thử lại $x = 0$ thỏa mãn

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = 61 \Rightarrow 3x^2 + x - 62 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 744 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 745 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = -61 \Rightarrow 3x^2 + x - 60 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 720 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 721 \Rightarrow x \in \emptyset$$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = -1$ thỏa mãn đề bài.

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 8. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC. Lấy E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K.

- a) Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật
b) Chứng minh $HG = GK = KE$.

HD:

a) Vì E đối xứng H qua I nên I là trung điểm EH
Tứ giác AHCE có hai đường chéo AC, HE cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên là hình bình hành

Mặt khác $AH \perp BC$ nên $\widehat{AHC} = 90^\circ$

$\Rightarrow AHCE$ là hình chữ nhật

b) $\triangle AHC$ có I, M lần lượt là trung điểm của AC, HC

$\Rightarrow AM, HI$ là trung tuyến $\triangle AHC$

Mà AM, HI cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AHC$

$$\Rightarrow HG = \frac{2}{3} HI \quad (1)$$

$\triangle AEC$ có I, N lần lượt là trung điểm của AC, EC

$\Rightarrow EI, AN$ là trung tuyến $\triangle AEC$

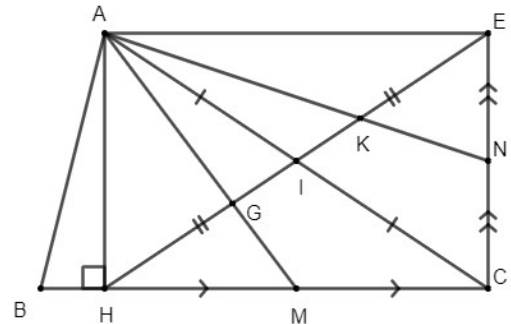
Mà EI, AN cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AEC$

$$\Rightarrow KE = \frac{2}{3} EI \quad (2)$$

$$\text{Mà I là trung điểm EH (chứng minh câu a)} \Rightarrow HI = EI = \frac{1}{2} HE \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta được $HG = KE = \frac{2}{3} HI = \frac{1}{3} HE$

$$\Rightarrow HG = GK = KE = \frac{1}{3} HE$$



Câu 9. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ CH vuông góc với BD (H thuộc BD). Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm CH, DH, AB.

- a) Chứng minh rằng : M là trực tâm của tam giác BCN.

b) Gọi K là giao điểm của BM và CN. E là hình chiếu của I trên BM. Chứng minh rằng tứ giác EINK là hình chữ nhật.

HD:

a) Xét tam giác CDH có N là trung điểm của DH,

M là trung điểm của CH

\Rightarrow NM là đường trung bình của tam giác CDH

$\Rightarrow NM \parallel CD$.

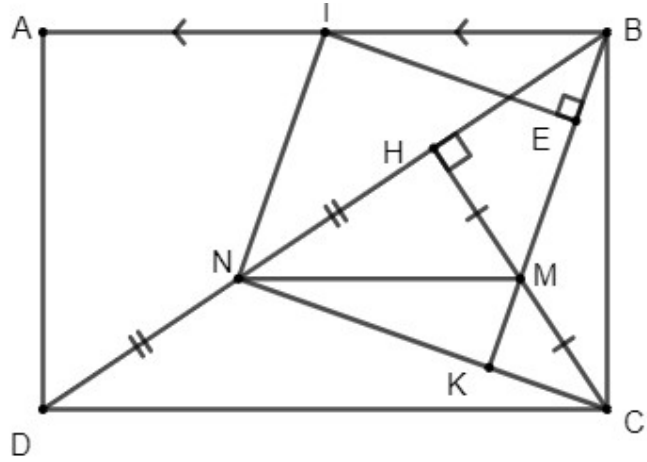
Mà $CD \perp BC$ (Do ABCD là hình chữ nhật)

$\Rightarrow NM \perp BC$.

Xét tam giác BCN có $NM \perp BC$; $CH \perp BN$;

M là giao điểm của CH và NM

\Rightarrow M là trực tâm của tam giác BCN (đpcm).



b) Ta có: $MN \parallel CD$; $MN = \frac{1}{2}CD$ (theo tính chất đường trung bình).

Mà $IB = \frac{1}{2}AB$; $AB \parallel CD$; $AB = CD$

Suy ra $MN \parallel AB$ và $MN = IB$

\Rightarrow Tứ giác BINM là hình bình hành

$\Rightarrow IN \parallel BM$

Mà $BM \perp CN$ (Do M là trực tâm)

$\Rightarrow IN \perp CN \Rightarrow \widehat{INC} = 90^\circ$.

Xét tứ giác NIEK có $\widehat{INK} = \widehat{NKE} = \widehat{IEK} = 90^\circ$

\Rightarrow Tứ giác NIEK là hình chữ nhật (đpcm).

ĐẠI SỐ

Câu 3. Tìm a, b để đa thức

b) $x^4 + ax^3 + bx + 3$ chia cho $(x-2)$ dư 1; chia cho $x+3$ dư 2.

HD:

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x-2)g(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow 16 + 8a + 2b + 3 = 1 \Rightarrow 8a + 2b = -18 \Rightarrow 4a + b = -9$$

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x+3)h(x) + 2$$

$$\Rightarrow f(-3) = 2 \Rightarrow 81 - 27a - 3b + 3 = 2 \Rightarrow 27a + 3b = 82 \Rightarrow a = \frac{109}{15}; b = \frac{-571}{15}$$

Câu 8. Chứng minh rằng

$f(x) = x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^7 + x^6 + \dots + x + 1$.

HD:

$$(x-1)f(x) = (x-1)(x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1) = x^{80} - 1$$

$$(x-1)g(x) = (x-1)(x^7 + x^6 + \dots + x + 1) = x^8 - 1$$

$$x^{80} - 1 = (x^8)^{10} - 1 = (x^8 - 1)h(x)$$

$$\text{Vậy } (x-1)f(x) = (x-1)g(x).h(x) \Rightarrow f(x) = g(x).h(x)$$

Suy ra $f(x)$ chia hết cho $g(x)$

Câu 10. Tìm x nguyên để $(2x+5):(3x^2+x-1)$

HD:

$$(2x+5):(3x^2+x-1) \Rightarrow (2x+5)(6x-13):(3x^2+x-1)$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 4x - 4 - 61:3x^2 + x - 1$$

$$\Rightarrow 61:3x^2 + x - 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 1 \in \{1; -1; 61; -61\}$$

Nếu $3x^2 + x - 1 = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(3x-2) = 0 \Rightarrow x = -1$ (vì x nguyên). Thử lại $x = -1$ thỏa mãn

Nếu $3x^2 + x - 1 = -1 \Rightarrow 3x^2 + x = 0 \Rightarrow x(3x+1) = 0 \Rightarrow x = 0$ (vì x nguyên). Thử lại $x = 0$ thỏa mãn

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = 61 \Rightarrow 3x^2 + x - 62 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 744 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 745 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = -61 \Rightarrow 3x^2 + x - 60 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 720 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 721 \Rightarrow x \in \emptyset$$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = -1$ thỏa mãn đề bài.

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 8. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC. Lấy E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K.

- a) Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật
b) Chứng minh $HG = GK = KE$.

HD:

a) Vì E đối xứng H qua I nên I là trung điểm EH
Tứ giác AHCE có hai đường chéo AC, HE cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên là hình bình hành

Mặt khác $AH \perp BC$ nên $\widehat{AHC} = 90^\circ$

$\Rightarrow AHCE$ là hình chữ nhật

b) $\triangle AHC$ có I, M lần lượt là trung điểm của AC, HC

$\Rightarrow AM, HI$ là trung tuyến $\triangle AHC$

Mà AM, HI cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AHC$

$$\Rightarrow HG = \frac{2}{3} HI \quad (1)$$

$\triangle AEC$ có I, N lần lượt là trung điểm của AC, EC

$\Rightarrow EI, AN$ là trung tuyến $\triangle AEC$

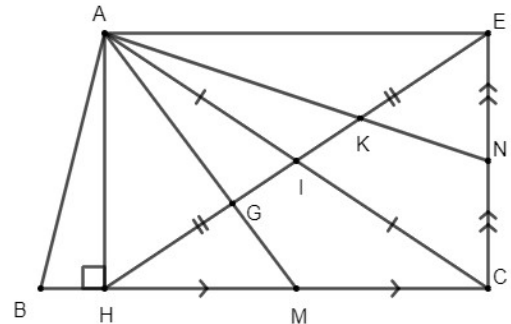
Mà EI, AN cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AEC$

$$\Rightarrow KE = \frac{2}{3} EI \quad (2)$$

$$\text{Mà I là trung điểm EH (chứng minh câu a) } \Rightarrow HI = EI = \frac{1}{2} HE \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta được $HG = KE = \frac{2}{3} HI = \frac{1}{3} HE$

$$\Rightarrow HG = GK = KE = \frac{1}{3} HE$$



Câu 9. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ CH vuông góc với BD (H thuộc BD). Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm CH, DH, AB.

- a) Chứng minh rằng : M là trực tâm của tam giác BCN.

b) Gọi K là giao điểm của BM và CN. E là hình chiếu của I trên BM. Chứng minh rằng tứ giác EINK là hình chữ nhật.

HD:

a) Xét tam giác CDH có N là trung điểm của DH,

M là trung điểm của CH

\Rightarrow NM là đường trung bình của tam giác CDH

$\Rightarrow NM \parallel CD$.

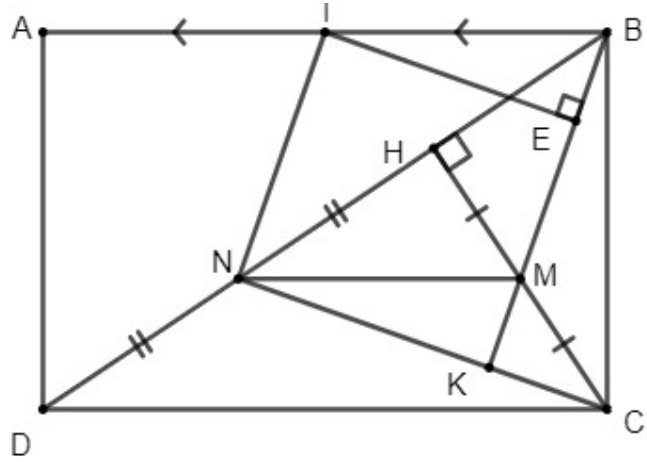
Mà $CD \perp BC$ (Do ABCD là hình chữ nhật)

$\Rightarrow NM \perp BC$.

Xét tam giác BCN có $NM \perp BC$; $CH \perp BN$;

M là giao điểm của CH và NM

\Rightarrow M là trực tâm của tam giác BCN (đpcm).



b) Ta có: $MN \parallel CD$; $MN = \frac{1}{2}CD$ (theo tính chất đường trung bình).

Mà $IB = \frac{1}{2}AB$; $AB \parallel CD$; $AB = CD$

Suy ra $MN \parallel AB$ và $MN = IB$

\Rightarrow Tứ giác BINM là hình bình hành

$\Rightarrow IN \parallel BM$

Mà $BM \perp CN$ (Do M là trực tâm)

$\Rightarrow IN \perp CN \Rightarrow \widehat{INC} = 90^\circ$.

Xét tứ giác NIEK có $\widehat{INK} = \widehat{NKE} = \widehat{IEK} = 90^\circ$

\Rightarrow Tứ giác NIEK là hình chữ nhật (đpcm).

ĐẠI SỐ

Câu 3. Tìm a, b để đa thức

b) $x^4 + ax^3 + bx + 3$ chia cho $(x-2)$ dư 1; chia cho $x+3$ dư 2.

HD:

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x-2)g(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow 16 + 8a + 2b + 3 = 1 \Rightarrow 8a + 2b = -18 \Rightarrow 4a + b = -9$$

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x+3)h(x) + 2$$

$$\Rightarrow f(-3) = 2 \Rightarrow 81 - 27a - 3b + 3 = 2 \Rightarrow 27a + 3b = 82 \Rightarrow a = \frac{109}{15}; b = \frac{-571}{15}$$

Câu 8. Chứng minh rằng

$f(x) = x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^7 + x^6 + \dots + x + 1$.

HD:

$$(x-1)f(x) = (x-1)(x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1) = x^{80} - 1$$

$$(x-1)g(x) = (x-1)(x^7 + x^6 + \dots + x + 1) = x^8 - 1$$

$$x^{80} - 1 = (x^8)^{10} - 1 = (x^8 - 1)h(x)$$

$$\text{Vậy } (x-1)f(x) = (x-1)g(x).h(x) \Rightarrow f(x) = g(x).h(x)$$

Suy ra $f(x)$ chia hết cho $g(x)$

Câu 10. Tìm x nguyên để $(2x+5):(3x^2+x-1)$

HD:

$$(2x+5):(3x^2+x-1) \Rightarrow (2x+5)(6x-13):(3x^2+x-1)$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 4x - 4 - 61:3x^2 + x - 1$$

$$\Rightarrow 61:3x^2 + x - 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 1 \in \{1; -1; 61; -61\}$$

Nếu $3x^2 + x - 1 = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(3x-2) = 0 \Rightarrow x = -1$ (vì x nguyên). Thử lại $x = -1$ thỏa mãn

Nếu $3x^2 + x - 1 = -1 \Rightarrow 3x^2 + x = 0 \Rightarrow x(3x+1) = 0 \Rightarrow x = 0$ (vì x nguyên). Thử lại $x = 0$ thỏa mãn

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = 61 \Rightarrow 3x^2 + x - 62 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 744 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 745 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = -61 \Rightarrow 3x^2 + x - 60 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 720 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 721 \Rightarrow x \in \emptyset$$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = -1$ thỏa mãn đề bài.

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 8. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC. Lấy E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K.

- a) Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật
b) Chứng minh $HG = GK = KE$.

HD:

a) Vì E đối xứng H qua I nên I là trung điểm EH
Tứ giác AHCE có hai đường chéo AC, HE cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên là hình bình hành

Mặt khác $AH \perp BC$ nên $\widehat{AHC} = 90^\circ$

$\Rightarrow AHCE$ là hình chữ nhật

b) $\triangle AHC$ có I, M lần lượt là trung điểm của AC, HC

$\Rightarrow AM, HI$ là trung tuyến $\triangle AHC$

Mà AM, HI cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AHC$

$$\Rightarrow HG = \frac{2}{3} HI \quad (1)$$

$\triangle AEC$ có I, N lần lượt là trung điểm của AC, EC

$\Rightarrow EI, AN$ là trung tuyến $\triangle AEC$

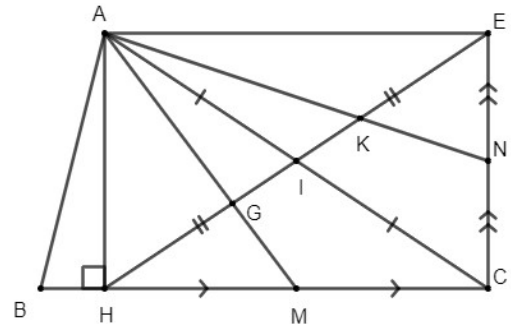
Mà EI, AN cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AEC$

$$\Rightarrow KE = \frac{2}{3} EI \quad (2)$$

$$\text{Mà } I \text{ là trung điểm } EH \text{ (chứng minh câu a)} \Rightarrow HI = EI = \frac{1}{2} HE \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta được $HG = KE = \frac{2}{3} HI = \frac{1}{3} HE$

$$\Rightarrow HG = GK = KE = \frac{1}{3} HE$$



Câu 9. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ CH vuông góc với BD (H thuộc BD). Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm CH, DH, AB.

- a) Chứng minh rằng : M là trực tâm của tam giác BCN.

b) Gọi K là giao điểm của BM và CN. E là hình chiếu của I trên BM. Chứng minh rằng tứ giác EINK là hình chữ nhật.

HD:

a) Xét tam giác CDH có N là trung điểm của DH,

M là trung điểm của CH

\Rightarrow NM là đường trung bình của tam giác CDH

$\Rightarrow NM \parallel CD$.

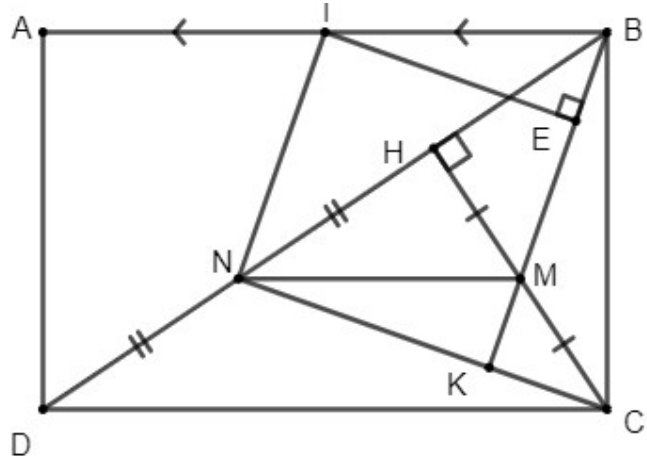
Mà $CD \perp BC$ (Do ABCD là hình chữ nhật)

$\Rightarrow NM \perp BC$.

Xét tam giác BCN có $NM \perp BC$; $CH \perp BN$;

M là giao điểm của CH và NM

\Rightarrow M là trực tâm của tam giác BCN (đpcm).



b) Ta có: $MN \parallel CD$; $MN = \frac{1}{2}CD$ (theo tính chất đường trung bình).

Mà $IB = \frac{1}{2}AB$; $AB \parallel CD$; $AB = CD$

Suy ra $MN \parallel AB$ và $MN = IB$

\Rightarrow Tứ giác BINM là hình bình hành

$\Rightarrow IN \parallel BM$

Mà $BM \perp CN$ (Do M là trực tâm)

$\Rightarrow IN \perp CN \Rightarrow \widehat{INC} = 90^\circ$.

Xét tứ giác NIEK có $\widehat{INK} = \widehat{NKE} = \widehat{IEK} = 90^\circ$

\Rightarrow Tứ giác NIEK là hình chữ nhật (đpcm).

ĐẠI SỐ

Câu 3. Tìm a, b để đa thức

b) $x^4 + ax^3 + bx + 3$ chia cho $(x-2)$ dư 1; chia cho $x+3$ dư 2.

HD:

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x-2)g(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow 16 + 8a + 2b + 3 = 1 \Rightarrow 8a + 2b = -18 \Rightarrow 4a + b = -9$$

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x+3)h(x) + 2$$

$$\Rightarrow f(-3) = 2 \Rightarrow 81 - 27a - 3b + 3 = 2 \Rightarrow 27a + 3b = 82 \Rightarrow a = \frac{109}{15}; b = \frac{-571}{15}$$

Câu 8. Chứng minh rằng

$f(x) = x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^7 + x^6 + \dots + x + 1$.

HD:

$$(x-1)f(x) = (x-1)(x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1) = x^{80} - 1$$

$$(x-1)g(x) = (x-1)(x^7 + x^6 + \dots + x + 1) = x^8 - 1$$

$$x^{80} - 1 = (x^8)^{10} - 1 = (x^8 - 1)h(x)$$

$$\text{Vậy } (x-1)f(x) = (x-1)g(x).h(x) \Rightarrow f(x) = g(x).h(x)$$

Suy ra $f(x)$ chia hết cho $g(x)$

Câu 10. Tìm x nguyên để $(2x+5):(3x^2+x-1)$

HD:

$$(2x+5):(3x^2+x-1) \Rightarrow (2x+5)(6x-13):(3x^2+x-1)$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 4x - 4 - 61:3x^2 + x - 1$$

$$\Rightarrow 61:3x^2 + x - 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 1 \in \{1; -1; 61; -61\}$$

Nếu $3x^2 + x - 1 = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(3x-2) = 0 \Rightarrow x = -1$ (vì x nguyên). Thử lại $x = -1$ thỏa mãn

Nếu $3x^2 + x - 1 = -1 \Rightarrow 3x^2 + x = 0 \Rightarrow x(3x+1) = 0 \Rightarrow x = 0$ (vì x nguyên). Thử lại $x = 0$ thỏa mãn

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = 61 \Rightarrow 3x^2 + x - 62 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 744 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 745 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = -61 \Rightarrow 3x^2 + x - 60 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 720 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 721 \Rightarrow x \in \emptyset$$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = -1$ thỏa mãn đề bài.

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 8. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC. Lấy E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K.

- a) Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật
b) Chứng minh $HG = GK = KE$.

HD:

a) Vì E đối xứng H qua I nên I là trung điểm EH
Tứ giác AHCE có hai đường chéo AC, HE cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên là hình bình hành

Mặt khác $AH \perp BC$ nên $\widehat{AHC} = 90^\circ$

$\Rightarrow AHCE$ là hình chữ nhật

b) $\triangle AHC$ có I, M lần lượt là trung điểm của AC, HC

$\Rightarrow AM, HI$ là trung tuyến $\triangle AHC$

Mà AM, HI cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AHC$

$$\Rightarrow HG = \frac{2}{3} HI \quad (1)$$

$\triangle AEC$ có I, N lần lượt là trung điểm của AC, EC

$\Rightarrow EI, AN$ là trung tuyến $\triangle AEC$

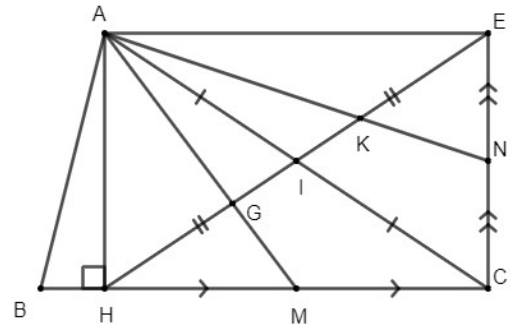
Mà EI, AN cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AEC$

$$\Rightarrow KE = \frac{2}{3} EI \quad (2)$$

$$\text{Mà I là trung điểm EH (chứng minh câu a)} \Rightarrow HI = EI = \frac{1}{2} HE \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta được $HG = KE = \frac{2}{3} HI = \frac{1}{3} HE$

$$\Rightarrow HG = GK = KE = \frac{1}{3} HE$$



Câu 9. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ CH vuông góc với BD (H thuộc BD). Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm CH, DH, AB.

- a) Chứng minh rằng : M là trực tâm của tam giác BCN.

b) Gọi K là giao điểm của BM và CN. E là hình chiếu của I trên BM. Chứng minh rằng tứ giác EINK là hình chữ nhật.

HD:

a) Xét tam giác CDH có N là trung điểm của DH,

M là trung điểm của CH

\Rightarrow NM là đường trung bình của tam giác CDH

$\Rightarrow NM \parallel CD$.

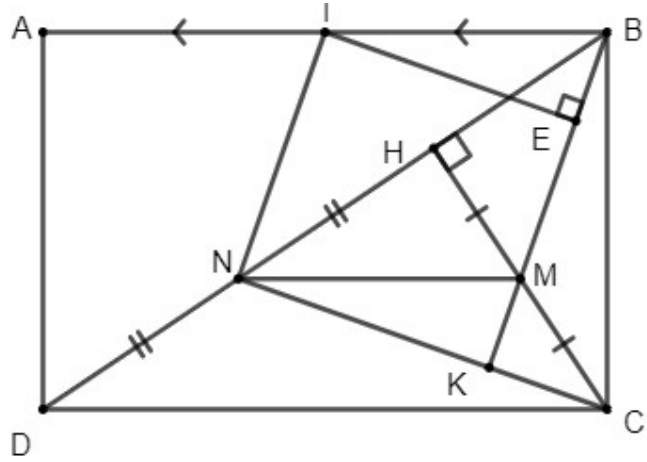
Mà $CD \perp BC$ (Do ABCD là hình chữ nhật)

$\Rightarrow NM \perp BC$.

Xét tam giác BCN có $NM \perp BC$; $CH \perp BN$;

M là giao điểm của CH và NM

\Rightarrow M là trực tâm của tam giác BCN (đpcm).



b) Ta có: $MN \parallel CD$; $MN = \frac{1}{2}CD$ (theo tính chất đường trung bình).

Mà $IB = \frac{1}{2}AB$; $AB \parallel CD$; $AB = CD$

Suy ra $MN \parallel AB$ và $MN = IB$

\Rightarrow Tứ giác BINM là hình bình hành

$\Rightarrow IN \parallel BM$

Mà $BM \perp CN$ (Do M là trực tâm)

$\Rightarrow IN \perp CN \Rightarrow \widehat{INC} = 90^\circ$.

Xét tứ giác NIEK có $\widehat{INK} = \widehat{NKE} = \widehat{IEK} = 90^\circ$

\Rightarrow Tứ giác NIEK là hình chữ nhật (đpcm).

ĐẠI SỐ

Câu 3. Tìm a, b để đa thức

b) $x^4 + ax^3 + bx + 3$ chia cho $(x-2)$ dư 1; chia cho $x+3$ dư 2.

HD:

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x-2)g(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow 16 + 8a + 2b + 3 = 1 \Rightarrow 8a + 2b = -18 \Rightarrow 4a + b = -9$$

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x+3)h(x) + 2$$

$$\Rightarrow f(-3) = 2 \Rightarrow 81 - 27a - 3b + 3 = 2 \Rightarrow 27a + 3b = 82 \Rightarrow a = \frac{109}{15}; b = \frac{-571}{15}$$

Câu 8. Chứng minh rằng

$f(x) = x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^7 + x^6 + \dots + x + 1$.

HD:

$$(x-1)f(x) = (x-1)(x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1) = x^{80} - 1$$

$$(x-1)g(x) = (x-1)(x^7 + x^6 + \dots + x + 1) = x^8 - 1$$

$$x^{80} - 1 = (x^8)^{10} - 1 = (x^8 - 1)h(x)$$

$$\text{Vậy } (x-1)f(x) = (x-1)g(x).h(x) \Rightarrow f(x) = g(x).h(x)$$

Suy ra $f(x)$ chia hết cho $g(x)$

Câu 10. Tìm x nguyên để $(2x+5):(3x^2+x-1)$

HD:

$$(2x+5):(3x^2+x-1) \Rightarrow (2x+5)(6x-13):(3x^2+x-1)$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 4x - 4 - 61:3x^2 + x - 1$$

$$\Rightarrow 61:3x^2 + x - 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 1 \in \{1; -1; 61; -61\}$$

Nếu $3x^2 + x - 1 = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(3x-2) = 0 \Rightarrow x = -1$ (vì x nguyên). Thử lại $x = -1$ thỏa mãn

Nếu $3x^2 + x - 1 = -1 \Rightarrow 3x^2 + x = 0 \Rightarrow x(3x+1) = 0 \Rightarrow x = 0$ (vì x nguyên). Thử lại $x = 0$ thỏa mãn

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = 61 \Rightarrow 3x^2 + x - 62 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 744 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 745 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = -61 \Rightarrow 3x^2 + x - 60 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 720 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 721 \Rightarrow x \in \emptyset$$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = -1$ thỏa mãn đề bài.

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 8. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC. Lấy E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K.

- a) Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật
b) Chứng minh $HG = GK = KE$.

HD:

a) Vì E đối xứng H qua I nên I là trung điểm EH
Tứ giác AHCE có hai đường chéo AC, HE cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên là hình bình hành

Mặt khác $AH \perp BC$ nên $\widehat{AHC} = 90^\circ$

$\Rightarrow AHCE$ là hình chữ nhật

b) $\triangle AHC$ có I, M lần lượt là trung điểm của AC, HC

$\Rightarrow AM, HI$ là trung tuyến $\triangle AHC$

Mà AM, HI cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AHC$

$$\Rightarrow HG = \frac{2}{3} HI \quad (1)$$

$\triangle AEC$ có I, N lần lượt là trung điểm của AC, EC

$\Rightarrow EI, AN$ là trung tuyến $\triangle AEC$

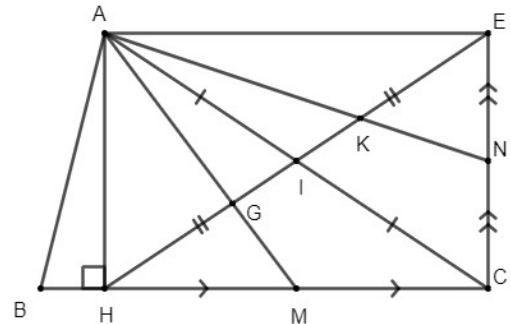
Mà EI, AN cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AEC$

$$\Rightarrow KE = \frac{2}{3} EI \quad (2)$$

$$\text{Mà I là trung điểm EH (chứng minh câu a)} \Rightarrow HI = EI = \frac{1}{2} HE \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta được $HG = KE = \frac{2}{3} HI = \frac{1}{3} HE$

$$\Rightarrow HG = GK = KE = \frac{1}{3} HE$$



Câu 9. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ CH vuông góc với BD (H thuộc BD). Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm CH, DH, AB.

- a) Chứng minh rằng : M là trực tâm của tam giác BCN.

b) Gọi K là giao điểm của BM và CN. E là hình chiếu của I trên BM. Chứng minh rằng tứ giác EINK là hình chữ nhật.

HD:

a) Xét tam giác CDH có N là trung điểm của DH,

M là trung điểm của CH

\Rightarrow NM là đường trung bình của tam giác CDH

$\Rightarrow NM \parallel CD$.

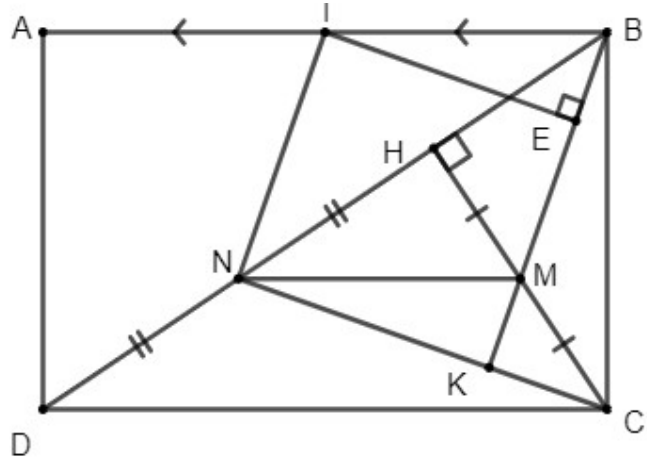
Mà $CD \perp BC$ (Do ABCD là hình chữ nhật)

$\Rightarrow NM \perp BC$.

Xét tam giác BCN có $NM \perp BC$; $CH \perp BN$;

M là giao điểm của CH và NM

\Rightarrow M là trực tâm của tam giác BCN (đpcm).



b) Ta có: $MN \parallel CD$; $MN = \frac{1}{2}CD$ (theo tính chất đường trung bình).

Mà $IB = \frac{1}{2}AB$; $AB \parallel CD$; $AB = CD$

Suy ra $MN \parallel AB$ và $MN = IB$

\Rightarrow Tứ giác BINM là hình bình hành

$\Rightarrow IN \parallel BM$

Mà $BM \perp CN$ (Do M là trực tâm)

$\Rightarrow IN \perp CN \Rightarrow \widehat{INC} = 90^\circ$.

Xét tứ giác NIEK có $\widehat{INK} = \widehat{NKE} = \widehat{IEK} = 90^\circ$

\Rightarrow Tứ giác NIEK là hình chữ nhật (đpcm).

ĐẠI SỐ

Câu 3. Tìm a, b để đa thức

b) $x^4 + ax^3 + bx + 3$ chia cho $(x-2)$ dư 1; chia cho $x+3$ dư 2.

HD:

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x-2)g(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow 16 + 8a + 2b + 3 = 1 \Rightarrow 8a + 2b = -18 \Rightarrow 4a + b = -9$$

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x+3)h(x) + 2$$

$$\Rightarrow f(-3) = 2 \Rightarrow 81 - 27a - 3b + 3 = 2 \Rightarrow 27a + 3b = 82 \Rightarrow a = \frac{109}{15}; b = \frac{-571}{15}$$

Câu 8. Chứng minh rằng

$f(x) = x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^7 + x^6 + \dots + x + 1$.

HD:

$$(x-1)f(x) = (x-1)(x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1) = x^{80} - 1$$

$$(x-1)g(x) = (x-1)(x^7 + x^6 + \dots + x + 1) = x^8 - 1$$

$$x^{80} - 1 = (x^8)^{10} - 1 = (x^8 - 1)h(x)$$

$$\text{Vậy } (x-1)f(x) = (x-1)g(x).h(x) \Rightarrow f(x) = g(x).h(x)$$

Suy ra $f(x)$ chia hết cho $g(x)$

Câu 10. Tìm x nguyên để $(2x+5):(3x^2+x-1)$

HD:

$$(2x+5):(3x^2+x-1) \Rightarrow (2x+5)(6x-13):(3x^2+x-1)$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 4x - 4 - 61:3x^2 + x - 1$$

$$\Rightarrow 61:3x^2 + x - 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 1 \in \{1; -1; 61; -61\}$$

Nếu $3x^2 + x - 1 = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(3x-2) = 0 \Rightarrow x = -1$ (vì x nguyên). Thử lại $x = -1$ thỏa mãn

Nếu $3x^2 + x - 1 = -1 \Rightarrow 3x^2 + x = 0 \Rightarrow x(3x+1) = 0 \Rightarrow x = 0$ (vì x nguyên). Thử lại $x = 0$ thỏa mãn

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = 61 \Rightarrow 3x^2 + x - 62 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 744 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 745 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = -61 \Rightarrow 3x^2 + x - 60 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 720 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 721 \Rightarrow x \in \emptyset$$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = -1$ thỏa mãn đề bài.

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 8. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC. Lấy E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K.

- a) Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật
b) Chứng minh $HG = GK = KE$.

HD:

a) Vì E đối xứng H qua I nên I là trung điểm EH
Tứ giác AHCE có hai đường chéo AC, HE cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên là hình bình hành

Mặt khác $AH \perp BC$ nên $\widehat{AHC} = 90^\circ$

$\Rightarrow AHCE$ là hình chữ nhật

b) $\triangle AHC$ có I, M lần lượt là trung điểm của AC, HC

$\Rightarrow AM, HI$ là trung tuyến $\triangle AHC$

Mà AM, HI cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AHC$

$$\Rightarrow HG = \frac{2}{3} HI \quad (1)$$

$\triangle AEC$ có I, N lần lượt là trung điểm của AC, EC

$\Rightarrow EI, AN$ là trung tuyến $\triangle AEC$

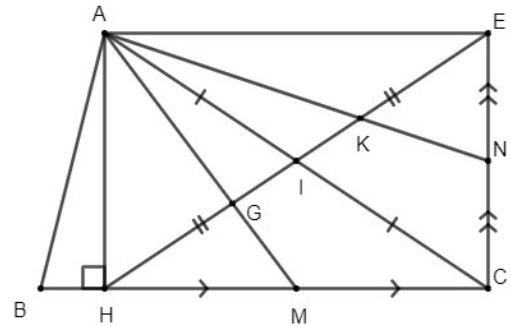
Mà EI, AN cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AEC$

$$\Rightarrow KE = \frac{2}{3} EI \quad (2)$$

$$\text{Mà I là trung điểm EH (chứng minh câu a)} \Rightarrow HI = EI = \frac{1}{2} HE \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta được $HG = KE = \frac{2}{3} HI = \frac{1}{3} HE$

$$\Rightarrow HG = GK = KE = \frac{1}{3} HE$$



Câu 9. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ CH vuông góc với BD (H thuộc BD). Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm CH, DH, AB.

- a) Chứng minh rằng : M là trực tâm của tam giác BCN.

b) Gọi K là giao điểm của BM và CN. E là hình chiếu của I trên BM. Chứng minh rằng tứ giác EINK là hình chữ nhật.

HD:

a) Xét tam giác CDH có N là trung điểm của DH,

M là trung điểm của CH

\Rightarrow NM là đường trung bình của tam giác CDH

$\Rightarrow NM \parallel CD$.

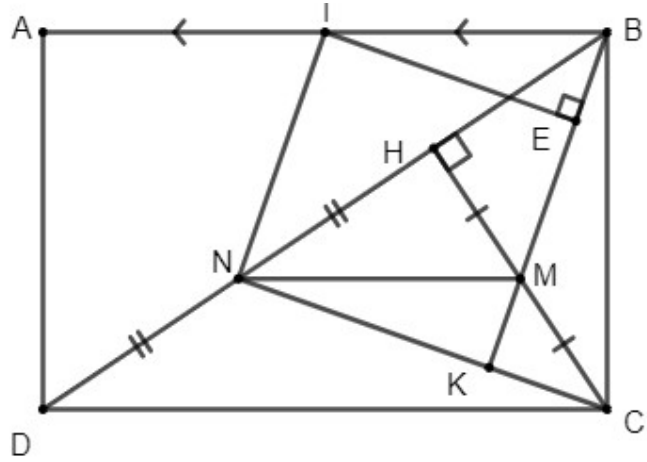
Mà $CD \perp BC$ (Do ABCD là hình chữ nhật)

$\Rightarrow NM \perp BC$.

Xét tam giác BCN có $NM \perp BC$; $CH \perp BN$;

M là giao điểm của CH và NM

\Rightarrow M là trực tâm của tam giác BCN (đpcm).



b) Ta có: $MN \parallel CD$; $MN = \frac{1}{2}CD$ (theo tính chất đường trung bình).

Mà $IB = \frac{1}{2}AB$; $AB \parallel CD$; $AB = CD$

Suy ra $MN \parallel AB$ và $MN = IB$

\Rightarrow Tứ giác BINM là hình bình hành

$\Rightarrow IN \parallel BM$

Mà $BM \perp CN$ (Do M là trực tâm)

$\Rightarrow IN \perp CN \Rightarrow \widehat{INC} = 90^\circ$.

Xét tứ giác NIEK có $\widehat{INK} = \widehat{NKE} = \widehat{IEK} = 90^\circ$

\Rightarrow Tứ giác NIEK là hình chữ nhật (đpcm).

ĐẠI SỐ

Câu 3. Tìm a, b để đa thức

b) $x^4 + ax^3 + bx + 3$ chia cho $(x-2)$ dư 1; chia cho $x+3$ dư 2.

HD:

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x-2)g(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow 16 + 8a + 2b + 3 = 1 \Rightarrow 8a + 2b = -18 \Rightarrow 4a + b = -9$$

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x+3)h(x) + 2$$

$$\Rightarrow f(-3) = 2 \Rightarrow 81 - 27a - 3b + 3 = 2 \Rightarrow 27a + 3b = 82 \Rightarrow a = \frac{109}{15}; b = \frac{-571}{15}$$

Câu 8. Chứng minh rằng

$f(x) = x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^7 + x^6 + \dots + x + 1$.

HD:

$$(x-1)f(x) = (x-1)(x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1) = x^{80} - 1$$

$$(x-1)g(x) = (x-1)(x^7 + x^6 + \dots + x + 1) = x^8 - 1$$

$$x^{80} - 1 = (x^8)^{10} - 1 = (x^8 - 1)h(x)$$

$$\text{Vậy } (x-1)f(x) = (x-1)g(x).h(x) \Rightarrow f(x) = g(x).h(x)$$

Suy ra $f(x)$ chia hết cho $g(x)$

Câu 10. Tìm x nguyên để $(2x+5):(3x^2+x-1)$

HD:

$$(2x+5):(3x^2+x-1) \Rightarrow (2x+5)(6x-13):(3x^2+x-1)$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 4x - 4 - 61:3x^2 + x - 1$$

$$\Rightarrow 61:3x^2 + x - 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 1 \in \{1; -1; 61; -61\}$$

Nếu $3x^2 + x - 1 = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(3x-2) = 0 \Rightarrow x = -1$ (vì x nguyên). Thử lại $x = -1$ thỏa mãn

Nếu $3x^2 + x - 1 = -1 \Rightarrow 3x^2 + x = 0 \Rightarrow x(3x+1) = 0 \Rightarrow x = 0$ (vì x nguyên). Thử lại $x = 0$ thỏa mãn

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = 61 \Rightarrow 3x^2 + x - 62 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 744 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 745 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = -61 \Rightarrow 3x^2 + x - 60 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 720 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 721 \Rightarrow x \in \emptyset$$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = -1$ thỏa mãn đề bài.

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 8. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC. Lấy E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K.

- a) Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật
b) Chứng minh $HG = GK = KE$.

HD:

a) Vì E đối xứng H qua I nên I là trung điểm EH
Tứ giác AHCE có hai đường chéo AC, HE cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên là hình bình hành

Mặt khác $AH \perp BC$ nên $\widehat{AHC} = 90^\circ$

$\Rightarrow AHCE$ là hình chữ nhật

b) $\triangle AHC$ có I, M lần lượt là trung điểm của AC, HC

$\Rightarrow AM, HI$ là trung tuyến $\triangle AHC$

Mà AM, HI cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AHC$

$$\Rightarrow HG = \frac{2}{3} HI \quad (1)$$

$\triangle AEC$ có I, N lần lượt là trung điểm của AC, EC

$\Rightarrow EI, AN$ là trung tuyến $\triangle AEC$

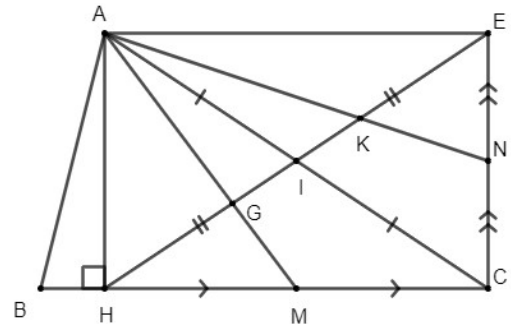
Mà EI, AN cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AEC$

$$\Rightarrow KE = \frac{2}{3} EI \quad (2)$$

$$\text{Mà I là trung điểm EH (chứng minh câu a)} \Rightarrow HI = EI = \frac{1}{2} HE \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta được $HG = KE = \frac{2}{3} HI = \frac{1}{3} HE$

$$\Rightarrow HG = GK = KE = \frac{1}{3} HE$$



Câu 9. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ CH vuông góc với BD (H thuộc BD). Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm CH, DH, AB.

- a) Chứng minh rằng : M là trực tâm của tam giác BCN.

b) Gọi K là giao điểm của BM và CN. E là hình chiếu của I trên BM. Chứng minh rằng tứ giác EINK là hình chữ nhật.

HD:

a) Xét tam giác CDH có N là trung điểm của DH,

M là trung điểm của CH

\Rightarrow NM là đường trung bình của tam giác CDH

$\Rightarrow NM \parallel CD$.

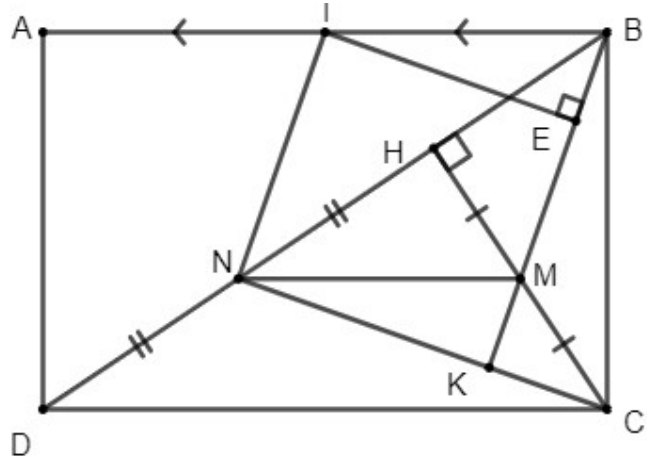
Mà $CD \perp BC$ (Do ABCD là hình chữ nhật)

$\Rightarrow NM \perp BC$.

Xét tam giác BCN có $NM \perp BC$; $CH \perp BN$;

M là giao điểm của CH và NM

\Rightarrow M là trực tâm của tam giác BCN (đpcm).



b) Ta có: $MN \parallel CD$; $MN = \frac{1}{2}CD$ (theo tính chất đường trung bình).

Mà $IB = \frac{1}{2}AB$; $AB \parallel CD$; $AB = CD$

Suy ra $MN \parallel AB$ và $MN = IB$

\Rightarrow Tứ giác BINM là hình bình hành

$\Rightarrow IN \parallel BM$

Mà $BM \perp CN$ (Do M là trực tâm)

$\Rightarrow IN \perp CN \Rightarrow \widehat{INC} = 90^\circ$.

Xét tứ giác NIEK có $\widehat{INK} = \widehat{NKE} = \widehat{IEK} = 90^\circ$

\Rightarrow Tứ giác NIEK là hình chữ nhật (đpcm).

ĐẠI SỐ

Câu 3. Tìm a, b để đa thức

b) $x^4 + ax^3 + bx + 3$ chia cho $(x-2)$ dư 1; chia cho $x+3$ dư 2.

HD:

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x-2)g(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow 16 + 8a + 2b + 3 = 1 \Rightarrow 8a + 2b = -18 \Rightarrow 4a + b = -9$$

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x+3)h(x) + 2$$

$$\Rightarrow f(-3) = 2 \Rightarrow 81 - 27a - 3b + 3 = 2 \Rightarrow 27a + 3b = 82 \Rightarrow a = \frac{109}{15}; b = \frac{-571}{15}$$

Câu 8. Chứng minh rằng

$f(x) = x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^7 + x^6 + \dots + x + 1$.

HD:

$$(x-1)f(x) = (x-1)(x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1) = x^{80} - 1$$

$$(x-1)g(x) = (x-1)(x^7 + x^6 + \dots + x + 1) = x^8 - 1$$

$$x^{80} - 1 = (x^8)^{10} - 1 = (x^8 - 1)h(x)$$

$$\text{Vậy } (x-1)f(x) = (x-1)g(x).h(x) \Rightarrow f(x) = g(x).h(x)$$

Suy ra $f(x)$ chia hết cho $g(x)$

Câu 10. Tìm x nguyên để $(2x+5):(3x^2+x-1)$

HD:

$$(2x+5):(3x^2+x-1) \Rightarrow (2x+5)(6x-13):(3x^2+x-1)$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 4x - 4 - 61:3x^2 + x - 1$$

$$\Rightarrow 61:3x^2 + x - 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 1 \in \{1; -1; 61; -61\}$$

Nếu $3x^2 + x - 1 = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(3x-2) = 0 \Rightarrow x = -1$ (vì x nguyên). Thử lại $x = -1$ thỏa mãn

Nếu $3x^2 + x - 1 = -1 \Rightarrow 3x^2 + x = 0 \Rightarrow x(3x+1) = 0 \Rightarrow x = 0$ (vì x nguyên). Thử lại $x = 0$ thỏa mãn

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = 61 \Rightarrow 3x^2 + x - 62 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 744 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 745 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = -61 \Rightarrow 3x^2 + x - 60 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 720 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 721 \Rightarrow x \in \emptyset$$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = -1$ thỏa mãn đề bài.

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
 Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 8. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC. Lấy E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K.

- a) Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật
- b) Chứng minh $HG = GK = KE$.

HD:

a) Vì E đối xứng H qua I nên I là trung điểm EH
 Tứ giác AHCE có hai đường chéo AC, HE cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên là hình bình hành

Mặt khác $AH \perp BC$ nên $\widehat{AHC} = 90^\circ$

$\Rightarrow AHCE$ là hình chữ nhật

b) $\triangle AHC$ có I, M lần lượt là trung điểm của AC, HC

$\Rightarrow AM, HI$ là trung tuyến $\triangle AHC$

Mà AM, HI cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AHC$

$$\Rightarrow HG = \frac{2}{3} HI \tag{1}$$

$\triangle AEC$ có I, N lần lượt là trung điểm của AC, EC

$\Rightarrow EI, AN$ là trung tuyến $\triangle AEC$

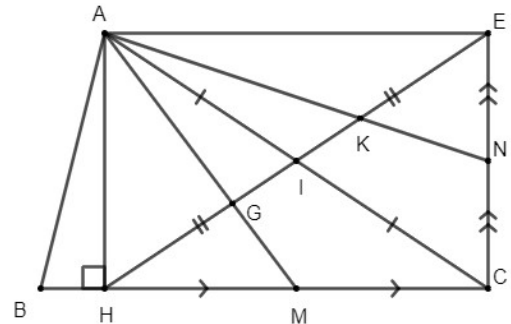
Mà EI, AN cắt nhau tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AEC$

$$\Rightarrow KE = \frac{2}{3} EI \tag{2}$$

$$\text{Mà } I \text{ là trung điểm } EH \text{ (chứng minh câu a)} \Rightarrow HI = EI = \frac{1}{2} HE \tag{3}$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) ta được } HG = KE = \frac{2}{3} HI = \frac{1}{3} HE$$

$$\Rightarrow HG = GK = KE = \frac{1}{3} HE$$



Câu 9. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ CH vuông góc với BD (H thuộc BD). Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm CH, DH, AB.

- a) Chứng minh rằng : M là trực tâm của tam giác BCN.

b) Gọi K là giao điểm của BM và CN. E là hình chiếu của I trên BM. Chứng minh rằng tứ giác EINK là hình chữ nhật.

HD:

a) Xét tam giác CDH có N là trung điểm của DH,

M là trung điểm của CH

\Rightarrow NM là đường trung bình của tam giác CDH

$\Rightarrow NM \parallel CD$.

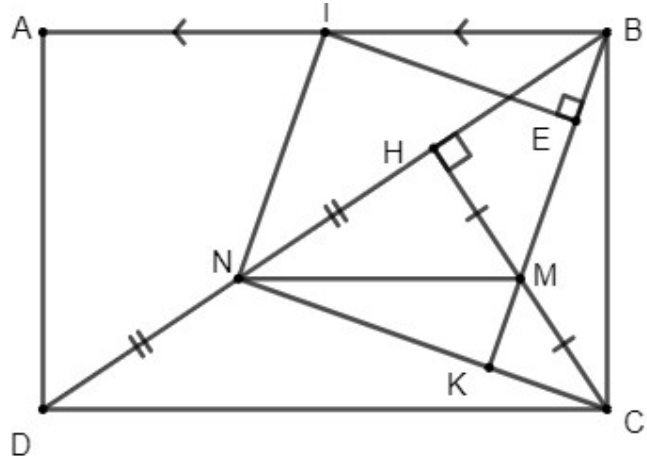
Mà $CD \perp BC$ (Do ABCD là hình chữ nhật)

$\Rightarrow NM \perp BC$.

Xét tam giác BCN có $NM \perp BC$; $CH \perp BN$;

M là giao điểm của CH và NM

\Rightarrow M là trực tâm của tam giác BCN (đpcm).



b) Ta có: $MN \parallel CD$; $MN = \frac{1}{2}CD$ (theo tính chất đường trung bình).

Mà $IB = \frac{1}{2}AB$; $AB \parallel CD$; $AB = CD$

Suy ra $MN \parallel AB$ và $MN = IB$

\Rightarrow Tứ giác BINM là hình bình hành

$\Rightarrow IN \parallel BM$

Mà $BM \perp CN$ (Do M là trực tâm)

$\Rightarrow IN \perp CN \Rightarrow \widehat{INC} = 90^\circ$.

Xét tứ giác NIEK có $\widehat{INK} = \widehat{NKE} = \widehat{IEK} = 90^\circ$

\Rightarrow Tứ giác NIEK là hình chữ nhật (đpcm).

ĐẠI SỐ

Câu 3. Tìm a, b để đa thức

b) $x^4 + ax^3 + bx + 3$ chia cho $(x-2)$ dư 1; chia cho $x+3$ dư 2.

HD:

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x-2)g(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow 16 + 8a + 2b + 3 = 1 \Rightarrow 8a + 2b = -18 \Rightarrow 4a + b = -9$$

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 3 = (x+3)h(x) + 2$$

$$\Rightarrow f(-3) = 2 \Rightarrow 81 - 27a - 3b + 3 = 2 \Rightarrow 27a + 3b = 82 \Rightarrow a = \frac{109}{15}; b = \frac{-571}{15}$$

Câu 8. Chứng minh rằng

$f(x) = x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^7 + x^6 + \dots + x + 1$.

HD:

$$(x-1)f(x) = (x-1)(x^{79} + x^{78} + \dots + x + 1) = x^{80} - 1$$

$$(x-1)g(x) = (x-1)(x^7 + x^6 + \dots + x + 1) = x^8 - 1$$

$$x^{80} - 1 = (x^8)^{10} - 1 = (x^8 - 1)h(x)$$

$$\text{Vậy } (x-1)f(x) = (x-1)g(x).h(x) \Rightarrow f(x) = g(x).h(x)$$

Suy ra $f(x)$ chia hết cho $g(x)$

Câu 10. Tìm x nguyên để $(2x+5):(3x^2+x-1)$

HD:

$$(2x+5):(3x^2+x-1) \Rightarrow (2x+5)(6x-13):(3x^2+x-1)$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 4x - 4 - 61:3x^2 + x - 1$$

$$\Rightarrow 61:3x^2 + x - 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 1 \in \{1; -1; 61; -61\}$$

Nếu $3x^2 + x - 1 = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(3x-2) = 0 \Rightarrow x = -1$ (vì x nguyên). Thử lại $x = -1$ thỏa mãn

Nếu $3x^2 + x - 1 = -1 \Rightarrow 3x^2 + x = 0 \Rightarrow x(3x+1) = 0 \Rightarrow x = 0$ (vì x nguyên). Thử lại $x = 0$ thỏa mãn

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = 61 \Rightarrow 3x^2 + x - 62 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 744 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 745 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$\text{Nếu } 3x^2 + x - 1 = -61 \Rightarrow 3x^2 + x - 60 = 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x - 720 = 0$$

$$\Rightarrow (6x+1)^2 = 721 \Rightarrow x \in \emptyset$$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = -1$ thỏa mãn đề bài.