

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên  
 HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**Câu 9.** Cho ABCD là hình bình hành tâm O, trên AC lấy điểm E, F sao cho  $AE = EF = FC$

a) Gọi M là giao điểm của DF và BC. Chứng minh  $DF = 2FM$ .

b) Giả sử BF cắt DC tại I, DE cắt AB tại J. Chứng minh I, J, O thẳng hàng.

HD:

a) Hình bình hành ABCD có O là tâm nên O là trung điểm AC, BD

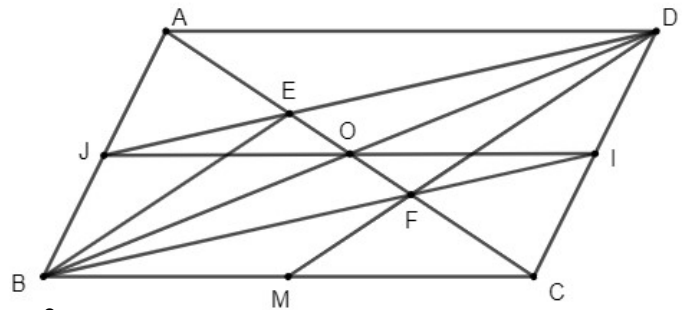
$$\Rightarrow AO = CO = \frac{1}{2} AC$$

Mà  $AE = EF = FC$  (gt)

$$\Rightarrow AO - AE = CO - CF \Rightarrow EO = FO$$

$\Rightarrow O$  là trung điểm EF

$$\text{Ta có: } \begin{cases} OC = \frac{1}{2} AC \\ OF = \frac{1}{2} EF = \frac{1}{6} AC \end{cases} \Rightarrow OC = 3OF \Rightarrow CF = \frac{2}{3} CO$$



Mà O là trung điểm BD  $\Rightarrow CO$  là trung tuyến  $\triangle BDC \Rightarrow F$  là trọng tâm  $\triangle BDC$

$\Rightarrow DF$  là trung tuyến  $\triangle BDC \Rightarrow M$  là trung điểm BC

$\triangle BEC$  có F, M lần lượt là trung điểm CE, CB  $\Rightarrow FM$  là đường trung bình  $\triangle BDC$

$$\Rightarrow BE = 2FM$$

Mặt khác BEDF là hình bình hành  $\Rightarrow BE = DF \Rightarrow DF = 2FM$  (đpcm)

b) F là trọng tâm  $\triangle BDC \Rightarrow BF$  là trung tuyến  $\triangle BDC \Rightarrow I$  là trung điểm CD

$\triangle BDC$  có O, I lần lượt là trung điểm BD, DC nên OI là đường trung bình  $\triangle BDC$

$$\Rightarrow OI \parallel BC \quad (1)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} OA = \frac{1}{2} AC \\ OE = \frac{1}{2} EF = \frac{1}{6} AC \end{cases} \Rightarrow OA = 3OE \Rightarrow AE = \frac{2}{3} AO$$

Mà O là trung điểm BD  $\Rightarrow AO$  là trung tuyến  $\triangle ABD \Rightarrow E$  là trọng tâm  $\triangle ABD$

$\Rightarrow DE$  là trung tuyến  $\triangle ABD \Rightarrow J$  là trung điểm AB

$\triangle ABD$  có O, J lần lượt là trung điểm AC, AB

$\Rightarrow OJ$  là đường trung bình  $\triangle ABD \Rightarrow OJ \parallel BC$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow O, I, J$  thẳng hàng (đpcm)

**Câu 10.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $E, F$  theo thứ tự là trung điểm của  $AB, CD$ .

a) Chứng minh  $AC, BD, EF$  đồng qui.

b) Gọi giao điểm của  $AC$  với  $DE$  và  $BF$  theo thứ tự là  $M$  và  $N$ . Chứng minh tứ giác  $EMFN$  là hình bình hành.

c) Gọi  $K$  là trung điểm của  $AD$ . Chứng minh ba điểm  $K, M, B$  thẳng hàng.

HD:

a) Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành

$\Rightarrow AC, BD$  cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

Và  $AD \parallel BC; AD = BC$

Gọi  $O$  là trung điểm  $AC \Rightarrow O$  là trung điểm  $BD$

$\triangle ABC$  có  $E, O$  lần lượt là trung điểm  $AB, AC$

$\Rightarrow EO$  là đường trung bình  $\triangle ABC \Rightarrow EO \parallel BC; EO = \frac{1}{2}BC$  (1)

$\triangle ACD$  có  $F, O$  lần lượt là trung điểm  $CD, AC$

$\Rightarrow FO$  là đường trung bình  $\triangle ACD \Rightarrow FO \parallel AD; FO = \frac{1}{2}AD \Rightarrow FO \parallel BC; FO = \frac{1}{2}BC$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow O \in EF \Rightarrow AC, BD, EF$  đồng qui tại  $O$

b)  $\triangle BDC$  có  $F, O$  lần lượt là trung điểm  $DC, DB \Rightarrow BF, CO$  là trung tuyến  $\triangle BDC$

Mà  $BF \cap CO = \{N\} \Rightarrow N$  là trọng tâm  $\triangle BDC \Rightarrow ON = \frac{1}{3}OC$

$\triangle ABD$  có  $O, E$  lần lượt là trung điểm  $BD, AB \Rightarrow AO, DE$  là trung tuyến  $\triangle ABD$

Mà  $AO \cap DE = \{M\} \Rightarrow M$  là trọng tâm  $\triangle ABD \Rightarrow OM = \frac{1}{3}OA$

$O$  là trung điểm  $AC$  (câu a)  $\Rightarrow OA = OC \Rightarrow ON = OM \Rightarrow O$  là trung điểm  $MN$

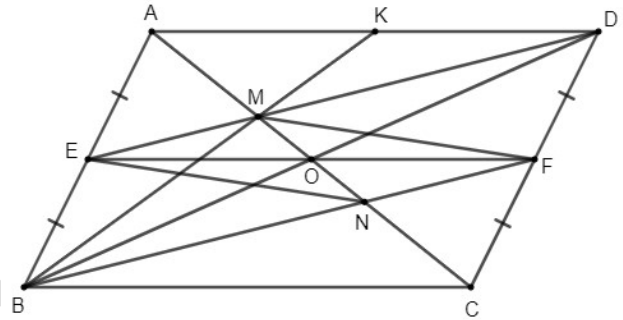
Từ (1) và (2)  $\Rightarrow EO = FO \Rightarrow O$  là trung điểm  $EF$

Tứ giác  $EMFN$  có hai đường chéo  $MN, EF$  cắt nhau tại trung điểm  $O$  của mỗi đường nên là hình bình hành (đpcm)

c)  $M$  là trọng tâm  $\triangle ABD$  (câu b)  $\Rightarrow BM$  là trung tuyến  $\triangle ABD$

$K$  là trung điểm  $AD \Rightarrow BK$  là trung tuyến  $\triangle ABD$

Suy ra  $M \in BK \Rightarrow B, M, K$  thẳng hàng (đpcm)



ĐẠI SỐ

**Câu 12.** Cho  $A = \frac{x+3}{x^2+2x-3} + \frac{2x^2-3x-5}{x^3+2x^2-x-2}$ . Tìm  $x \in Z$  để A đạt GTLN, GTNN.

HD:

$$A = \frac{x+3}{(x-1)(x+3)} + \frac{(x+1)(2x-5)}{(x+2)(x+1)(x-1)}$$

ĐK:  $x \neq \pm 1; -2; -3$ .

$$\text{Khi đó: } A = \frac{1}{x-1} + \frac{(2x-5)}{(x+2)(x-1)} = \frac{x+2+2x-5}{(x+2)(x-1)} = \frac{3x-3}{(x+2)(x-1)} = \frac{3}{x+2}$$

Ta có:  $x \neq \pm 1; -2; -3 \Rightarrow x+2 \notin \{-1; 0; 1; 3\}$  (\*)

Ta thấy A có thể âm hoặc dương, do đó

+ A lớn nhất xảy ra trong trường hợp

$$A > 0 \text{ và } x+2 > 0, x+2 \text{ nhỏ nhất, kết hợp * suy ra } x+2 = 2 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow A = \frac{3}{2}$$

+ A bé nhất xảy ra trong trường hợp

$$A < 0 \text{ và } x+2 < 0, |x+2| \text{ nhỏ nhất suy ra } x+2 = -2 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow A = \frac{-3}{2}$$

Vậy: GTLN A là  $\frac{3}{2}$ , GTNN của A là  $\frac{-3}{2}$ .

**Câu 4.** Cho  $A = \frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} = 2021$ , và  $B = \frac{b^2}{a+b} + \frac{c^2}{b+c} + \frac{a^2}{c+a} - 3$ . Tính  $\frac{A}{B}$

HD:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A - B &= \left( \frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} \right) - \left( \frac{b^2}{a+b} + \frac{c^2}{b+c} + \frac{a^2}{c+a} - 3 \right) \\ &= \frac{a^2 - b^2}{a+b} + \frac{b^2 - c^2}{b+c} + \frac{c^2 - a^2}{c+a} + 3 = a - b + b - c + c - a + 3 = 3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A - B = 3 \Rightarrow B = A - 3 = 2018 \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{2021}{2018}$$

**Câu 6.** Cho  $A = \left( \frac{2x-1}{x+3} - \frac{x}{3-x} - \frac{3-10x}{x^2-9} \right) : \frac{x+2}{x-3}$ .

a) Tìm ĐK xác định và rút gọn A.

b) Tính giá trị A khi  $x^2 - 7x + 12 = 0$ .

c) Tìm x nguyên để A nguyên dương.

HD:

$$\text{a) ĐKXD: } \begin{cases} x+3 \neq 0 \\ 3-x \neq 0 \\ x^2-9 \neq 0 \\ x-3 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 3 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \left( \frac{2x-1}{x+3} - \frac{x}{3-x} - \frac{3-10x}{x^2-9} \right) : \frac{x+2}{x-3} = \left[ \frac{2x-1}{x+3} + \frac{x}{x-3} - \frac{3-10x}{(x-3)(x+3)} \right] \cdot \frac{x-3}{x+2} \\ &= \frac{(2x-1)(x-3) + x(x+3) - (3-10x)}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x-3}{x+2} \\ &= \frac{2x^2 - 7x + 3 + x^2 + 3x - 3 + 10x}{(x+3)(x+2)} = \frac{3x^2 + 6x}{(x+3)(x+2)} = \frac{3x(x+2)}{(x+3)(x+2)} = \frac{3x}{x+3} \end{aligned}$$

Vậy  $A = \frac{3x}{x+3}$

b) Ta có:  $x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow (x^2 - 3x) - (4x - 12) = 0$

$$\Rightarrow x(x-3) - 4(x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

- Khi  $x=3 \Rightarrow A = \frac{3x}{x+3} = \frac{3 \cdot 3}{3+3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

- Khi  $x=4 \Rightarrow A = \frac{3x}{x+3} = \frac{3 \cdot 4}{4+3} = \frac{12}{7}$

c) Ta có:  $A = \frac{3x}{x+3} = \frac{3(x+3) - 9}{x+3} = 3 - \frac{9}{x+3}$

Với  $x \in \mathbb{Z}$ , để  $A \in \mathbb{Z}^+$  thì  $x+3 \in U(9)$  và  $\frac{9}{x+3} < 3$

$x+3$	-9	-3	-1	9
$x$	-12	-6	-4	6
$A$	4	6	12	2

Vậy  $x \in \{-12; -6; -4; 6\}$  thì A nguyên dương

VINASTUDY.VN