

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 6. Cho hình bình hành ABCD, hai đường chéo cắt nhau tại O. Gọi E, F, G, H lần lượt là giao điểm các đường phân giác của tam giác AOB, BOC, COD và DOA. Chứng minh tứ giác EFGH là hình thoi.

HD:

Ta có:

H là giao điểm các đường phân giác của $\Delta AOB \Rightarrow OH$ là phân giác $\widehat{AOD} \Rightarrow \widehat{DOH} = \widehat{AOH} = \frac{\widehat{AOD}}{2}$

F là giao điểm các đường phân giác của $\Delta BOC \Rightarrow OF$ là phân giác $\widehat{BOC} \Rightarrow \widehat{BOF} = \widehat{COF} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$

Mà $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$ (hai góc đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{DOH} = \widehat{BOF}$

Mặt khác hai góc này nằm ở vị trí đối đỉnh $\Rightarrow H, O, F$ thẳng hàng

E là giao điểm các đường phân giác của $\Delta AOB \Rightarrow OE$ là phân giác $\widehat{AOB} \Rightarrow \widehat{AOE} = \widehat{BOE} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$

G là giao điểm các đường phân giác của $\Delta DOC \Rightarrow OG$ là phân giác $\widehat{DOC} \Rightarrow \widehat{DOG} = \widehat{COG} = \frac{1}{2}\widehat{DOC}$

Mà $\widehat{AOB} = \widehat{DOC}$ (hai góc đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{AOE} = \widehat{COG}$

Mặt khác hai góc này nằm ở vị trí đối đỉnh $\Rightarrow E, O, G$ thẳng hàng

ABCD là hình bình hành $\Rightarrow AD \parallel BC; AB \parallel CD$

AC, BD cắt nhau tại O $\Rightarrow \begin{cases} OB = OD \\ OC = OA \end{cases}$

Ta có: $\widehat{ADO} = \widehat{CBO}$ (hai góc so le trong)

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\widehat{ADO} = \frac{1}{2}\widehat{CBO}$$

Mà DH, BF lần lượt là phân giác $\widehat{ADO}, \widehat{CBO} \Rightarrow \widehat{ODH} = \widehat{OBF}$

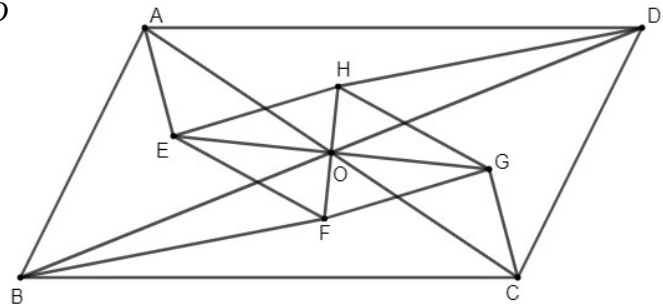
Xét ΔBOF và ΔDOH có:

$$\widehat{OBF} = \widehat{ODH}$$

$$OB = OD$$

$\widehat{BOF} = \widehat{DOH}$ (hai góc đối đỉnh)

$$\Rightarrow \Delta BOF = \Delta DOH (g - c - g) \Rightarrow OF = OH \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$



$\Rightarrow O$ là trung điểm FH

Ta có: $\widehat{BAO} = \widehat{DCO}$ (hai góc so le trong) $\Rightarrow \frac{1}{2}\widehat{BAO} = \frac{1}{2}\widehat{DCO}$

Mà AE, CG lần lượt là phân giác $\widehat{BAO}, \widehat{DCO} \Rightarrow \widehat{EAO} = \widehat{GCO}$

Xét $\triangle AEO$ và $\triangle CGO$ có:

$$\widehat{EAO} = \widehat{GCO}$$

$$AO = CO$$

$$\widehat{AOE} = \widehat{COG} \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \triangle AEO = \triangle CGO (g - c - g) \Rightarrow OE = OG \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

$\Rightarrow O$ là trung điểm EG

Tứ giác $EFGH$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình bình hành.

Ta có: $\widehat{BOC} + \widehat{DOC} = 180^\circ \Rightarrow \frac{1}{2}\widehat{BOC} + \frac{1}{2}\widehat{DOC} = 90^\circ$

Mà OF, OG lần lượt là phân giác $\widehat{BOC}, \widehat{DOC} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}\widehat{BOC} = \widehat{FOC} \\ \frac{1}{2}\widehat{DOC} = \widehat{GOC} \end{cases} \Rightarrow \widehat{FOC} + \widehat{GOC} = 90^\circ$

Hay $\Rightarrow \widehat{FOG} = 90^\circ \Rightarrow FO \perp OG \Rightarrow HF \perp EG$

\Rightarrow Hình bình hành $EFGH$ có hai đường chéo vuông góc với nhau nên là hình thoi