

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
LUYỆN TẬP VỀ TIẾP TUYẾN – PHƯƠNG TÍCH
Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

B. Bài tập vận dụng:

Câu 1. Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tia tiếp tuyến của (O) tại A, lấy điểm M. Đường thẳng MB cắt đường tròn (O) tại C.

- Chứng minh tam giác ABC vuông và $MA^2 = MC \cdot MB$.
- Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với OM tại I, đường thẳng này cắt đường tròn (O) tại D. Chứng minh MD là tiếp tuyến của (O).
- Chứng minh bốn điểm M, C, I, A cùng thuộc một đường tròn

Câu 2. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Trên nửa mặt phẳng có bờ là AB. Trên nửa mặt phẳng có bờ là AB chứa nửa đường tròn, vẽ tiếp tuyến Ax, By. Từ điểm M tùy ý thuộc nửa đường tròn (M khác A, B) vẽ tiếp tuyến tại M cắt Ax, By lần lượt tại C, D. Gọi E là giao điểm của CO và AM, F là giao điểm của DO và BM.

- Chứng minh 4 điểm A, C, M, O cùng thuộc một đường tròn
- Chứng minh $AC + BD = CD$ và tứ giác MEOF là hình chữ nhật
- Chứng minh tích $AC \cdot BD$ không đổi khi M di động trên nửa đường tròn
- Tìm vị trí của M trên nửa đường tròn sao cho diện tích tứ giác ABDC nhỏ nhất.

Câu 3. Cho đường tròn (O; R) và dây AB khác đường kính. Kẻ OI vuông góc với AB tại I, tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A cắt đường thẳng OI tại M.

- Chứng minh: $OI \cdot OM = R^2$.
- Chứng minh MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) và 4 điểm A, B, M, O cùng thuộc một đường tròn.
- Kẻ đường kính AD của đường tròn (O), tiếp tuyến của đường tròn (O) tại D cắt AB tại N. Chứng minh rằng $MD \perp ON$.

Câu 4. Cho nửa đường tròn (O; R), đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến Bx với (O). Điểm M di động trên tia Bx ($M \neq B$), AM cắt nửa đường tròn (O) tại điểm N ($N \neq A$). Kẻ OE vuông góc với AN tại E.

- Chứng minh các điểm E, O, B, M cùng thuộc đường tròn đường kính OM.
- Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại N cắt tia OE tại K và cắt MB tại D. Chứng minh KA là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O).

c) Chứng minh rằng KA.DB không đổi khi điểm M di động trên tia Bx.

d) Gọi H là giao điểm của AB và DK, kẻ $OF \perp AB (F \in DK)$. Chứng minh $\frac{BD}{DF} + \frac{DF}{HF} = 1$.

Câu 5. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến AB và AC tới (O), (B, C là tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO và BC.

a) Chứng minh 4 điểm A; B; O; C cùng thuộc đường tròn

b) Kẻ đường kính CD của (O); DA cắt (O) tại E ($E \neq D$). Chứng minh $OA \perp BC$ và $AE \cdot AD = AH \cdot AO$

Câu 6. Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O, R). Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn tâm O là các tiếp điểm. Gọi H là giao điểm của MO với AB.

a) Chứng minh rằng: 4 điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: $MO \perp AB$ tại H.

c) Nếu $OM = 2R$ hãy tính độ dài MA theo R và tính số đo các góc $\widehat{AMB}, \widehat{AOB}$?

d) Kẻ đường kính AD của đường tròn (O), MD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là C. Chứng minh rằng: $\widehat{MHC} = \widehat{ADC}$.

Câu 7. Lấy điểm A trên (O, R), vẽ tiếp tuyến Ax. Trên Ax lấy điểm B, trên (O; R) lấy điểm C sao cho $BC = AB$.

a) Chứng minh rằng: CB là tiếp tuyến của (O).

b) Vẽ đường kính AD của (O), kẻ CK vuông góc với AD. Chứng minh rằng $CD // OB$ và $BC \cdot DC = CK \cdot OB$ (Đề thi học kì 1 Toán 9 Nam Từ Liêm 2019 – 2020)

Câu 8. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R) vẽ cát tuyến ABC không đi qua tâm O của đường tròn. Các tiếp tuyến với đường tròn tại B và C cắt nhau tại D, kẻ DH vuông góc với AO ($H \in AO$), DH cắt cung nhỏ BC tại M. Chứng minh rằng AM là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).

Câu 9. Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với (O) (B, C là tiếp điểm). Kẻ cát tuyến AMN với (O) (M nằm giữa A và N).

a) Gọi H là giao điểm của AO và BC. Chứng minh $AH \cdot AO = AM \cdot AN$

b) Đoạn AO cắt đường tròn (O) tại I. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC

Giáo viên: Thầy Mẫn

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
HÀM SỐ, HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ ĐỒ THỊ
Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

A. Lí thuyết

1. Hàm số

- Khái niệm hàm số: Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho **mỗi giá trị của x** ta luôn xác định được **chỉ một giá trị tương ứng của y** thì y được gọi là hàm số của x .
- Giá trị của hàm số $y = f(x)$ tại x_0 kí hiệu $f(x_0)$:
- Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp các điểm $M(x_M; y_M)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy sao cho $(x_M; y_M)$ thỏa mãn hệ thức $y = f(x)$ hay $y_M = f(x_M)$.
- Hàm số đồng biến, nghịch biến:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi giá trị của x thuộc \mathbf{R}

a) Nếu giá trị của biến x tăng lên mà giá trị tương ứng $f(x)$ cũng tăng lên thì hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số đồng biến trên \mathbf{R} (gọi tắt là hàm số đồng biến).

b) Nếu giá trị của biến x tăng lên mà giá trị tương ứng $f(x)$ lại giảm đi thì hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số nghịch biến trên \mathbf{R} (gọi tắt là hàm số nghịch biến).

Nói cách khác, với x_1, x_2 bất kì thuộc \mathbf{R} :

Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) < f(x_2)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên \mathbf{R} ;

Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) > f(x_2)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên \mathbf{R} .

Câu 1. Xét tính đồng biến, nghịch biến của các hàm số

- a) $y = 4x + 1$ b) $y = -4x + 1$ c) $y = 3x^3$ d) $y = -3x^3 + 5$

Câu 2. Xét sự biến thiên (tính đồng biến, nghịch biến) của hàm số $f(x) = \sqrt{x-1}$ trên tập xác định của hàm số.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x(x+1)(x+2)}$.

a) Tìm tập xác định D của hàm số.

b) Xác định a, b, c biết rằng $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x+2}$ trên D .

Từ đó hãy tính tổng sau với số nguyên dương n : $\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$.

Hãy xác định a, b, c biết $f(x+1) - f(x) = x^2$ thỏa mãn với mọi giá trị của x thuộc \mathbf{R} .

Từ đó hãy tính tổng $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ với số nguyên $n \geq 1$.

2. Hàm số bậc nhất, tính đồng biến nghịch biến và đồ thị

Câu 5. Vẽ đồ thị $y = 5x$, $y = \frac{1}{2}x + 3$, $y = |x + 3|$.

3. Sự tương giao giữa hai đường thẳng

Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$):

- Trùng nhau khi và chỉ khi $a = a'; b = b'$.
- Song song với nhau khi và chỉ khi $a = a'; b \neq b'$.
- Cắt nhau khi và chỉ khi $a \neq a'$.
- Vuông góc với nhau khi $a.a' = -1$.

1. Dạng 1: Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng $(d): y = ax + b$ và $(d'): y = a'x + b'$.

Câu 6. Tìm tọa độ giao điểm M của hai đường thẳng $(d): y = 3x + 2$ và $(d'): y = -x + 1$.

2. Dạng 2: Viết phương trình đường thẳng (d) qua 2 điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$.

Câu 7. Viết phương trình đường thẳng (d) qua $A(1; 4); B(2; 5)$.

3. Dạng 3: Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua 1 điểm $A(x_A, y_A)$ và biết hệ số góc là k

Câu 8. Viết phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc là 3 và qua $A(2; 7)$.

Câu 9. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = 3x + m$ đi qua điểm $A(1; 2)$.

4. Dạng 4: Viết phương trình đường thẳng (d) qua 1 điểm $A(x_A, y_A)$ và song song với một đường thẳng $(d'): y = kx + q$ cho trước:

Câu 10. Viết phương trình đường thẳng (d) qua $A(1; 4)$ và song song với đường thẳng

$(d'): y = 2x - 1$.

5. Dạng 5: Viết phương trình đường thẳng $(d): y = ax + b$ đi qua 1 điểm $A(x_A, y_A)$ và vuông góc với một đường thẳng $(d'): y = a'x + b'$ cho trước.

Câu 11. Viết phương trình đường thẳng (d) qua $A(1;2)$ và vuông góc với đường thẳng

$$(d'): y = 2x + 1.$$

6. Dạng 6: Tìm tham số để ba đường thẳng cắt nhau tại một điểm.

Câu 12. Cho hai đường thẳng $(d_1): y = 2x - 5$ và $(d_2): y = 4x - m$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm trên trục hoành Ox .

7. Dạng 7: Chứng minh một họ đường thẳng $y = f(m).x + g(m)$ phụ thuộc tham số m luôn đi qua một điểm cố định $I(x_I, y_I)$ với mọi m hay tìm điểm cố định mà họ đường thẳng luôn đi qua.

Câu 13. Tìm điểm cố định $I(x_I, y_I)$ mà đường thẳng $y = mx + 5m + 2$ luôn đi qua.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà