Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN, HỆ THỨC VI – ÉT
Tài liệu lớp học Zoom 9A0 – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

A. Lí thuyết

1. Phương trình bậc hai một ẩn: $ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$.

Kí hiệu: Biệt thức denta $\Delta=b^2-4ac$.

- Nếu $\Delta>0$ thi phương trình có hai nghiệm phân biệt : $x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}, x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Chú ý: Khi $a.c<0\Rightarrow\Delta>0\Rightarrow$ pt luôn có 2 nghiệm phân biệt (HS được sử dụng luôn).

- Nếu $\Delta=0$ thì phương trinh có nghiệm kép $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$.

- Nếu $\Delta<0$ thi phương trình vô nghiệm.

* Công thức nghiệm thu gọn:

Khi b chẵn: $b=2b'$.

Phương trình $ax^2+bx+c=0,(a\neq 0)$. và $b=2b', \Delta'=b'^2-ac$

- Nếu $\Delta'>0$ thi phương trình có hai nghiêm phân biệt: $x_1=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$; $x_2=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$.

- Nếu $\Delta'=0$ thi phương trình có nghiệm kép: $x_1=x_2=-\dfrac{b'}{a}$.

- Nếu $\Delta'<0$ thi phương trình vô nghiệm.

2. Hệ thức Vi-ét

* Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trinh $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ thì

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a} \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}. \end{cases}$$

* Tìm 2 số biết tổng và tích:

Nếu hai số có tổng bằng S và tich bằng P, (ĐK: $s^2\geq 4P$) thì hai số đó là hai nghiệm của phương trình $x^2-Sx+P=0$ (HS được sử dụng luôn).

3. Dấu của nghiệm.

Cho phương trình $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$.

Hãy tìm điều kiện để phương trình có 2 nghiệm: **trái dấu, cùng dấu, cùng dương, cùng âm ….**

Bảng xét dấu của nghiệm:

Dấu nghiệm	$S=x_1+x_2$	$P=x_1x_2$	Δ	**Kết luận**
Trái dấu		P < 0	$\Delta \geq 0$	P < 0.
Cùng dấu		P > 0	$\Delta \geq 0$	$\Delta \geq 0$; P > 0
Cùng dương	S > 0	P > 0	$\Delta \geq 0$	$\Delta \geq 0$; P > 0 ; S > 0
Cùng âm	S < 0	P > 0	$\Delta \geq 0$	$\Delta \geq 0$; P > 0 ; S < 0.

B. Bài tập

1. Biện luận theo m nghiệm phương trình

Câu 1. Cho phương trình có ẩn x: $x^2-2mx+m-1=0$ (m là tham số). Chứng tỏ phương trình trên luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Câu 2. Tìm m để phương trình $x^2-(m+3)x+2(m+1)=0$ có hai nghiệm phân biệt

Câu 3. Cho phương trình $x^2-2mx+m-2=0$

a) Tìm m để phương trình có một nghiệm x = 2.

b) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m.

Câu 4. Cho phương trình $(m-1)x^2+2x-3=0$ (tham số m)

a) Tìm m để phương trình trên có nghiệm.

b) Tìm m để phương trình trên có nghiệm duy nhất? Tìm nghiệm duy nhất đó?

c) Tìm m để phương trình trên có 1 nghiệm bằng 2? Khi đó hãy tìm nghiệm còn lại (nếu có)?

2. Dấu của nghiệm

Câu 5. Xác định tham số m sao cho phương trình: $2x^2-(3m+1)x+m^2-m-6=0$ có 2 nghiệm trái dấu.

Câu 6. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+2m=0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m=1$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{2}$.

Câu 7. Tìm điều kiện của m để phương trình $(m+3)x^2-(2m+1)x+m=0$ có hai nghiệm âm.

Câu 8. Cho phương trình $(m+1)x^2-2(m-1)x+m-2=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu

Câu 9. Với giá trị nào của m thì phương trình : $mx^2+2(m+1)x+(m-1)=0$ có hai nghiệm trái dấu.

Câu 10. Tìm m để phương trình $x^4 - 6x^2 + m = 0$ có bốn nghiệm x phân biệt.

Câu 11. Cho phương trình $x^2 - (m-3)x - m + 2 = 0 (1)$ (với m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm không âm.

Câu 12. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 3 - m = 0$ (ẩn số x)

a) Chứng tỏ rằng phương trình có nghiệm x_1, x_2 với mọi m.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng âm.

Câu 13. Cho phương trình $(m+3)x^2 - (2m+1)x + m = 0 (1)$ (với m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm âm.

3. Hệ thức Vi-ét và biểu thức đối xứng giữa các nghiệm.

Câu 14. Cho phương trình $8x^2 - 72x + 64 = 0$ Không giải phương trình, hãy tính:

a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ b) $x_1^2 + x_2^2$ c) $\frac{6x_1^2 + 10x_1x_2 + 6x_2^2}{5x_1x_1^3 + 5x_1^3x_2}$

Câu 15. Cho phương trình $mx^2 - 6(m-1)x + 9(m-3) = 0$ Tìm giá trị của tham số m để 2 nghiệm $x_1; x_2$ thoả mãn hệ thức: $x_1 + x_2 = x_1x_2$.

Câu 16. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m

b) Định m để hai nghiệm x_1, x_2 của (1) thỏa mãn $\frac{x_1^2 - 2}{x_1 - 1} \cdot \frac{x_2^2 - 2}{x_2 - 1} = 4$

Câu 17. Cho phương trình: $x^2 - (m+5)x + 3m + 6 = 0$

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5.

Câu 18. Cho phương trình : $2x^2 - 3x + 1 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính:

a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ b) $\frac{1-x_1}{x_1} + \frac{1-x_2}{x_2}$ c) $x_1^2 + x_2^2$ d) $\frac{x_1}{x_2+1} + \frac{x_2}{x_1+1}$

Câu 19. Cho phương trình $x^2 - 4\sqrt{3}x + 8 = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$.

Không giải phương trình, tính $\frac{6x_1^2 + 10x_1x_2 + 6x_2^2}{5x_1x_1^3 + 5x_1^3x_2}$.

Câu 20. Cho phương trình $x^2+x-2+\sqrt{2}=0$ có hai nghiệm x_1,x_2.

Tính giá trị của biểu thức $x_1^3+x_2^3$.

Câu 21. Cho phương trình : $x^2-(2m+1)x+m^2+2=0$.

Tìm m để 2 nghiệm x_1 và x_2 thoả mãn hệ thức : $3x_1x_2-5(x_1+x_2)+7=0$

Câu 22. Cho phương trình : $mx^2-6(m-1)x+9(m-3)=0$

Tìm giá trị của tham số m để 2 nghiệm x_1 và x_2 thoả mãn hệ thức $x_1+x_2=x_1.x_2$

Câu 23. Cho phương trình: $x^2+5x+m-2=0$ (m là tham số).

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thoả mãn: $\frac{1}{x_1-1}+\frac{1}{x_2-1}=2$.

Câu 24. Cho phương trình $x^2-ax-1=0$. Tìm m sao cho phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(x_2^2-x_1^2)^2}=2\sqrt{10}$.

Câu 25. Cho phương trình bậc hai $x^2-2x+m+3=0$ (m là tham số).

a) Tìm m để phương trình có nghiệm $x=-1$. Tìm nghiệm còn lại.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^3+x_2^3=8$.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

VINASTUDY.VN