

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên  
TIẾP TUYẾN

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

**Câu 1.** Cho hình thoi ABCD có  $\widehat{B} = 60^\circ$ . Qua D vẽ một đường thẳng nằm ngoài hình thoi nhưng cắt các đường thẳng AB và BC tại E và F. Gọi K là giao điểm của AF và CE. Chứng minh Ad là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác KDF.

**Câu 2.** Cho 2 đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Vẽ các cát tuyến chung BAC và DAE, B và D thuộc (O), C và E thuộc (O'). Trong trường hợp nào thì BDCE là hình bình hành?

**Câu 3.** Cho hình thang ABCD (AB // CD). Biết đường tròn đường kính AD tiếp xúc với BC, chứng minh rằng đường tròn đường kính BC tiếp xúc với AD.

**Câu 4.** Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, C là một điểm thuộc nửa đường tròn, H là hình chiếu của C trên AB. Qua trung điểm M của CH kẻ đường vuông góc với OC, cắt nửa đường tròn tại D và E và cắt CO tại K. Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn tâm C bán kính CD.

**Câu 5.** Tam giác AMB cân tại M nội tiếp trong đường tròn (O; R). Kẻ MH vuông góc AB (H ∈ AB), MH cắt đường tròn tại N. Biết MA = 10cm, AB = 12cm.

- Tính MH và bán kính R của đường tròn;
- Trên tia đối tia BA lấy điểm C. MC cắt đường tròn tại D, ND cắt AB tại E. Chứng minh bốn điểm M, D, E, H cùng thuộc một đường tròn và  $NB^2 = NE \cdot ND$ ;  $AC \cdot BE = BC \cdot AE$ ;
- Chứng minh NB tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE.

**Câu 6.** Cho nửa đường tròn (O) đường kính  $AB = 2R$ . Gọi M là một điểm thay đổi trên tiếp tuyến Bx của (O). Nối AM cắt (O) tại N. Gọi I là trung điểm của AN.

- Chứng minh:  $\triangle AIO \sim \triangle BMN$ ;  $\triangle OBM \sim \triangle INB$ .
- Tìm vị trí điểm M trên tia Bx để diện tích  $\triangle AIO$  có giá trị lớn nhất.

**Câu 7.** Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng. Vẽ các đường tròn đường kính AB, AC. Gọi D là giao điểm của đường tròn đường kính AC với đường vuông góc với AC tại B. Từ C kẻ tiếp tuyến CK với đường tròn đường kính AB. Chứng minh  $CD = CK$ .

**Câu 8.** Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Qua A vẽ cát tuyến CAD với hai đường tròn ( $C \in (O), D \in (O')$ ). Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt tiếp tuyến tại D của đường tròn (O') tại M. Chứng minh rằng hai tiếp tuyến này hợp với nhau một góc có số đo không đổi khi cát tuyến CAD quay xung quanh điểm A.

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên

VẬN DỤNG VI – ÉT

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

**Câu 1.** Giả sử  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình  $x^2 + px - 1 = 0$  với  $p$  là số nguyên lẻ. CMR: với số tự nhiên  $n > 0$  tùy ý, các số  $S_n = x_1^n + x_2^n$  và  $S_{n+1} = x_1^{n+1} + x_2^{n+1}$  là những số nguyên và nguyên tố cùng nhau.

**Câu 2.** Giả sử  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình  $x^2 - 6x + 1 = 0$ . CMR: với số tự nhiên  $n$  tùy ý, số  $S_n = x_1^n + x_2^n$  là số nguyên và không là bội của 5.

**Câu 3.** CMR: nếu  $a_1 a_2 \geq 2(b_1 + b_2)$  thì ít nhất một trong hai phương trình sau có nghiệm:

$$x^2 + a_1 x + b_1 = 0$$

$$x^2 + a_2 x + b_2 = 0$$

**Câu 4.** Chứng minh rằng trong ba phương trình sau đây có ít nhất một phương trình vô nghiệm:

$$x^2 + 2ax + bc = 0$$

$$x^2 + 2bx + ca = 0$$

$$x^2 + 2cx + ab = 0$$

**Câu 5.** Chứng minh rằng: điều kiện cần và đủ để phương trình  $ax^2 + bx + c = 0, (ac \neq 0)$  có hai nghiệm trong đó có một nghiệm gấp  $k$  lần nghiệm kia ( $k \neq -1$ ) là  $kb^2 = (k+1)^2 ac$ .

**Câu 6.** Trong mọi cặp nghiệm của phương trình:  $x^2 - yx^2 - y + 8x + 7 = 0$ ,

hãy tìm cặp nghiệm  $(x, y)$  mà  $y$  có giá trị lớn nhất.

**Câu 7.** Chứng minh rằng: nếu  $a, b, c$  là những số nguyên lẻ thì phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  không có nghiệm hữu tỉ.

**Câu 8.** Giả sử  $p = \overline{abc}$  là một số nguyên tố có ba chữ số. Chứng minh rằng phương trình

$ax^2 + bx + c = 0$  không có nghiệm hữu tỉ.

**Câu 9.** Cho  $a, b, c$  là độ dài ba cạnh của một tam giác,  $a > b \geq c$ . Xác định tất cả các giá trị  $x > 0$  sao cho  $a + x, b + x, c + x$  là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.

**Câu 10.** Chứng minh rằng: nếu phương trình  $x^2 + px + q = 0$  có một nghiệm gấp  $k$  lần một nghiệm của phương trình  $x^2 + mx + n = 0$  thì các hệ số  $m, n, p, q$  thoả mãn hệ thức sau:

$$(q - k^2 n)^2 - k(p - km)(knp - qm) = 0.$$

**Câu 11.** Tìm tất cả các số tự nhiên  $m, n$  sao cho các nghiệm của phương trình

$$x^2 - m(n+1)x + m + n + 1 = 0 \text{ cũng là những số tự nhiên.}$$

**Câu 12.** Với giá trị nguyên nào của  $a, b$  thì phương trình  $x^2 + ax + b = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  phân biệt thoả mãn:  $-2 < x_1 < -1$  và  $1 < x_2 < 2$ .

**Câu 13.** Giả sử phương trình  $ax^2 - bx + b = 0 (ab > 0)$  có các nghiệm là  $x_1, x_2$ . Chứng minh rằng tồn tại

các số  $\alpha_1, \alpha_2 \in \{-1, 1\}$  sao cho: 
$$\sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \alpha_1 \sqrt{\frac{x_2}{x_1}} + \alpha_2 \sqrt{\frac{b}{a}} = 0.$$

**Câu 14.** Chứng minh rằng với mọi số thực  $a$ , phương trình bậc ba  $x^3 - x^2 + 18ax - 2a = 0$  không thể có ba nghiệm dương phân biệt.

**Câu 15.** Cho biết phương trình  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$  có 3 nghiệm dương là  $x_1, x_2, x_3$ . Chứng

minh rằng 
$$x_1^7 + x_2^7 + x_3^7 \geq -\frac{b^3 c^2}{81a^5}.$$

**Giáo viên: Trần Ngọc Hà**