

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên  
CHỨNG MINH THẲNG HÀNG, ĐỒNG QUY

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

**Câu 1.** Cho đường tròn  $(O; R)$ . Từ điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn  $(O)$  kẻ cát tuyến  $ABC$ . Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OBC$  thuộc một đường cố định.

**Câu 2.** Từ điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn  $(O)$  kẻ tiếp tuyến  $MA$  và  $MB$  với đường tròn. Kẻ cát tuyến  $MCD$  ( $C$  nằm giữa  $M$  và  $D$ ). Tiếp tuyến tại  $C$  và  $D$  cắt nhau tại  $K$ . Chứng minh rằng  $A, B, K$  thẳng hàng.

**Câu 3.** Cho tam giác  $ABC$  ( $\widehat{BAC} < 45^\circ$ ) nội tiếp trong nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$ . Dụng tiếp tuyến với đường tròn  $(O)$  tại  $C$  và gọi  $H$  là chân đường vuông góc kẻ từ  $A$  đến tiếp tuyến đó.

$AH$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $M$  ( $M \neq A$ ). Đường vuông góc với  $AC$  kẻ từ  $M$  cắt  $AC$  tại  $K$  và  $AB$  tại  $P$ .

- a) Chứng minh tứ giác  $MKCH$  nội tiếp.                      b) Chứng minh  $\triangle MAP$  cân.  
c) Tìm điều kiện của  $\triangle ABC$  để ba điểm  $M, K, O$  thẳng hàng.

**Câu 4.** Cho đường tròn  $(O; R)$  đường kính  $AB$ . Kẻ tiếp tuyến  $Ax$  và lấy trên tiếp tuyến đó một điểm  $P$  sao cho  $AP > R$ , từ  $P$  kẻ tiếp tuyến tiếp xúc với  $(O)$  tại  $M$ .

- a) Chứng minh rằng tứ giác  $APMO$  nội tiếp được một đường tròn.  
b) Chứng minh  $BM \parallel OP$ .  
c) Đường thẳng vuông góc với  $AB$  ở  $O$  cắt tia  $BM$  tại  $N$ . Chứng minh tứ giác  $OBNP$  là hình bình hành.  
d) Biết  $AN$  cắt  $OP$  tại  $K$ ,  $PM$  cắt  $ON$  tại  $I$ ;  $PN$  và  $OM$  kéo dài cắt nhau tại  $J$ . Chứng minh  $I, J, K$  thẳng hàng.

**Câu 5.** Cho tam giác nhọn  $ABC$ . Kẻ các đường cao  $AD, BE, CF$ . Gọi  $H$  là trực tâm của tam giác. Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là các hình chiếu vuông góc của  $D$  lên  $AB, BE, CF, AC$ . Chứng minh:

- a) Các tứ giác  $DMFP, DNEQ$  là hình chữ nhật.  
b) Các tứ giác  $BMND; DNHP; DPQC$  nội tiếp.  
c) Hai tam giác  $HNP$  và  $HCB$  đồng dạng.  
d) Bốn điểm  $M, N, P, Q$  thẳng hàng.

**Câu 6.** Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp  $(O)$ . Kẻ đường cao  $AH$  của tam giác  $ABC$ . Gọi  $P, Q$  lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ  $H$  xuống  $AB, AC$ .

- a) Chứng minh  $BCQP$  là tứ giác nội tiếp
- b) Hai đường thẳng  $BC, QP$  cắt nhau tại  $M$ . Chứng minh rằng  $MH^2 = MB.MC$
- c) Đường thẳng  $MA$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $K$ . Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $BCQP$ . Chứng minh  $I, H, K$  thẳng hàng

**Câu 7.** Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn  $(O)$  và  $AB < AC$ . Các đường cao  $AD, BE, CF$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$ . Gọi  $I$  là giao điểm của hai đường thẳng  $EF$  và  $CB$ . Đường thẳng  $AI$  cắt  $(O)$  tại  $M$  ( $M$  khác  $A$ ).

- a) Chứng minh năm điểm  $A, M, F, H, E$  cùng nằm trên đường tròn.
- b) Gọi  $N$  là trung điểm  $BC$ , chứng minh ba điểm  $M, H, N$  thẳng hàng.

**Câu 8.** Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$ . Trên cùng một nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn, kẻ các tia tiếp tuyến  $Ax, By$  với nửa đường tròn. Từ một điểm  $C$  trên nửa đường tròn

( $C \neq A, C \neq B$ ), kẻ  $CH$  vuông góc với  $AB$  ( $H \in AB$ ), tiếp tuyến tại  $C$  cắt  $Ax$  và  $By$  theo thứ tự tại  $P$  và  $Q$ . Chứng minh rằng các đường thẳng  $BP, AQ, CH$  đồng quy.

**Giáo viên: Thầy Mẫn**

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên

GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI 2 VÀ ỨNG DỤNG

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

1. Giải hệ phương trình đối xứng loại 2

+ Hệ pt đối xứng loại 2 là hệ 2 phương trình mà khi ta thay x bởi y, y bởi x thì phương trình trên trở thành phương trình dưới và ngược lại.

+ VD: Giải hệ 
$$\begin{cases} x^2 + y = 2 \\ y^2 + x = 2 \end{cases}$$

PP giải: Trừ tương ứng, được phương trình tích có dạng  $(x - y) \cdot f(x, y) = 0$ .

Giải y theo x, thế vào một trong hai phương trình ban đầu ta tìm được nghiệm.

Câu 1. Giải hệ

a) 
$$\begin{cases} x^2 = 3x + 2y \\ y^2 = 3y + 2x \end{cases}$$
      b) 
$$\begin{cases} x^3 + 1 = 2y \\ y^3 + 1 = 2x \end{cases}$$

Câu 2. Giải hệ

a) 
$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = \frac{3}{x} \\ 2y + \frac{1}{x} = \frac{3}{y} \end{cases}$$
      b) 
$$\begin{cases} \frac{3}{x^2} = 2x + y \\ \frac{3}{y^2} = 2y + x \end{cases}$$

Câu 3. Giải hệ 
$$\begin{cases} \sqrt{x+9} + \sqrt{y-7} = 4 \\ \sqrt{x-7} + \sqrt{y+9} = 4 \end{cases}$$

Câu 4. Giải hệ 
$$\begin{cases} 2x^2 = y + \frac{1}{y} \\ 2y^2 = x + \frac{1}{x} \end{cases}$$

Câu 5. Giải hệ

a) 
$$\begin{cases} x^3 = 2x + y \\ y^3 = 2y + x \end{cases}$$
      b) 
$$\begin{cases} (x-1)(y^2+6) = y(x^2+1) \\ (y-1)(x^2+6) = x(y^2+1) \end{cases}$$

Câu 6. Giải các hệ

a) 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{2-y} = 2 \\ \sqrt{y} + \sqrt{2-x} = 2 \end{cases}$$
      b) 
$$\begin{cases} \sqrt{5x+1} + \sqrt{12-y} = 7 \\ \sqrt{5y+1} + \sqrt{12-x} = 7 \end{cases}$$

**2. Ứng dụng hệ đối xứng loại hai:**

Giải phương trình dạng  $x^n + b = a\sqrt[n]{ax-b}$  bằng cách đặt ẩn phụ đưa về hệ đối xứng loại hai.

PP: Đặt  $y = \sqrt[n]{ax-b}$ , ta có hệ: 
$$\begin{cases} x^n + b = ay \\ y^n + b = ax \end{cases}$$

**Câu 7.** Giải phương trình

a)  $x^2 - 4 = 3\sqrt{3x+4}$                       b)  $x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x-1}$

**Câu 8.** Giải phương trình  $4x^2 + 4x - 3 = 2\sqrt{4x+6}$

**Giáo viên: Trần Ngọc Hà**