BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp zoom 9.2 – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

ĐẠI SỐ

Bài 1. (3,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính:

a) $A=\left(4\sqrt{8}-\sqrt{72}+5\sqrt{\frac{1}{2}}\right).2\sqrt{2}$ b) $B=\frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$.

2. Giải phương trình sau: $\sqrt{x^2-4x+4}+1=4x$.

HD:

1. Thực hiện phép tính:

a) $A=\left(4\sqrt{8}-\sqrt{72}+5\sqrt{\frac{1}{2}}\right).2\sqrt{2}=\left(8\sqrt{2}-6\sqrt{2}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right).2\sqrt{2}=\frac{9\sqrt{2}}{2}.2\sqrt{2}=18$.

b) $B=\frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)=\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)}{\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$

$=\sqrt{5}+1+\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{5}=1$.

2. Giải phương trình sau: $\sqrt{x^2-4x+4}+1=4x$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2}=4x-1$ (Điều kiện : $x\ge\frac{1}{4}$)

$\Leftrightarrow |x-2|=4x-1$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-2=4x-1\\x-2=-4x+1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x=-1\\5x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{-1}{3}(L)\\x=\frac{3}{5}(TM)\end{array}\right.$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{\frac{3}{5}\right\}$.

Bài 2. (3,0 điểm) Cho các biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}+3}{x-1}$ $(x>0,x\ne1)$.

a) Tìm x để $A=\frac{1}{2}$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$.

c) Đặt $P=A.B$. Tìm x để $\sqrt{P}<\dfrac{1}{2}$.

HD:

a) Tìm x để $A=\dfrac{1}{2}$

$$A=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}\ (x>0)$$

Để $A=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}=\dfrac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow 2\left(\sqrt{x}-2\right)=\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}-4=\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-16(\mathrm{L})\\ x=16(\mathrm{TM})\end{array}\right.$$

Vậy để $A=\dfrac{1}{2}$ thì $x=16$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

$$B=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}+3}{x-1}\ (x>0,x\neq 1)$$

$$=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}+\frac{\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{x+\sqrt{x}-3\sqrt{x}-3+\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{x-\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$.

c) Đặt $P=A.B$. Tìm x để $\sqrt{P}<\frac{1}{2}$

$P=A.B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

$=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$

Để $\sqrt{P}<\frac{1}{2}\Leftrightarrow\sqrt{\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}}<\frac{1}{2}(x>4)$

$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}<\frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow 4\left(\sqrt{x}-2\right)<\sqrt{x}+1$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{x}-8<\sqrt{x}+1$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x}<9$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}<3$

$\Leftrightarrow x<9$

Vậy $\sqrt{P}<\frac{1}{2}$ thì $4<x<9$.

Bài 3. (3,0 điểm) Cho hàm số bậc nhất $y=(2m-1)x-4$ có đồ thị là đường thẳng $(d)\left(m\neq\frac{1}{2}\right)$.

1) Với $m=1$

a) Vẽ đồ thị hàm số trên

b) Tìm tọa độ giao điểm C của (d) với đồ thị hàm số $y=3x+2\left(d_1\right)$.

2) Tìm m để (d) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho tam giác AOB cân.

HD:

1) Với $m=1$ ta có: $y=(2.1-1)x-4\Leftrightarrow y=x-4$.

a) Vẽ đồ thị hàm số trên

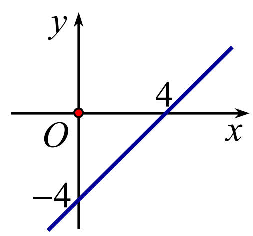
+ Gọi đường thẳng (d) là đồ thị của hàm số $y=x-4$.

+ $(d)\cap$Ox : Ta có: $y=0\Rightarrow x=4\Rightarrow A(4;0)$

+ $(d) \cap$ Oy: Ta có: $x=0 \Rightarrow y=-4 \Rightarrow B(0;-4)$

+ Đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(4;0)$ và $B(0;-4)$

+ Đồ thị:



2) Gọi C là giao điểm của (d) với đồ thị hàm số $y=3x+2\left(d_1\right)$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và $\left(d_1\right)$ ta có: $x-4=3x+2$

$\Leftrightarrow 2x=-6 \Leftrightarrow x=-3$

Thay $x=-3$ vào hàm số $y=x-4 \Rightarrow y=-7 \Rightarrow C(-3;-7)$

Vậy $C(-3;-7)$.

2) Tìm m để (d) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho tam giác AOB cân.

+ Gọi đường thẳng (d) là đồ thị của hàm số $y=(2m-1)x-4\left(m \neq \frac{1}{2}\right)$

+ $(d) \cap Ox$: Ta có: $y=0 \Rightarrow x=\frac{4}{2m-1} \Rightarrow A\left(\frac{4}{2m-1};0\right)$

+ $(d) \cap Oy$: Ta có: $x=0 \Rightarrow y=-4 \Rightarrow B(0;-4)$

+ $OA=\sqrt{\left(\frac{4}{2m-1}\right)^2}$, $OB=\sqrt{(-4)^2}=4$.

Để (d) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho tam giác AOB cân

$OA=OB \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{4}{2m-1}\right)^2}=\sqrt{16}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{2m-1}\right)^2=16$

$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{2m-1}\right)^2=(4)^2$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{4}{2m-1}=4 \\ \frac{4}{2m-1}=-4\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4=4(2m-1) \\ 4=-4(2m-1) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4=8m-4 \\ 4=-8m+4 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=0 \end{array}\right.(\text{TM})$

Vậy để (d) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho tam giác AOB cân thì $m=1, m=0$.

Bài 4 (1 điểm) Cho $x>0$, $y>0$ và $x+y\le 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{1}{xy}+4xy$.

HD:

Ta có $P=\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{1}{xy}+4xy=\left(\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{1}{2xy}\right)+\left(4xy+\frac{1}{4xy}\right)+\frac{1}{4xy}$.

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\frac{4}{a+b}$ ta có: $\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{1}{2xy}\ge\frac{4}{x^2+y^2+2xy}=\frac{4}{(x+y)^2}$.

Từ $(x-y)^2\ge 0 \Leftrightarrow x^2+y^2\ge 2xy \Leftrightarrow x^2+2xy+y^2\ge 4xy. \Leftrightarrow \frac{1}{(x+y)^2}\le\frac{1}{4xy}$..

Dấu "=" xảy ra khi $x=y$

Do đó $P=\left(\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{1}{2xy}\right)+\left(4xy+\frac{1}{4xy}\right)+\frac{1}{4xy}\ge\frac{4}{(x+y)^2}+2.\sqrt{4xy.\frac{1}{4xy}}+\frac{1}{(x+y)^2}$

$$\ge 4+2+1=7.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\left\{\begin{array}{l} x=y \\ x+y=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=y=\frac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng 7 khi $x=y=\frac{1}{2}$.

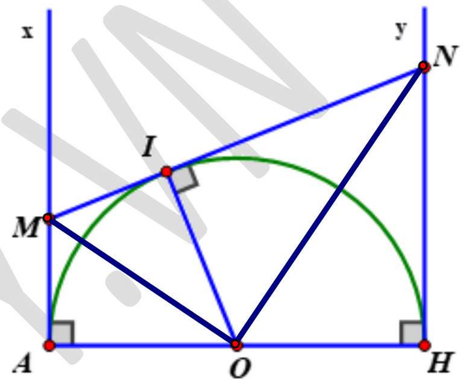
HÌNH HỌC

Câu 6. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax,By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là điểm bất kì thuộc tia Ax. Qua M kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, cắt By ở N.

a) Tính số đo góc MON.

b) Chứng minh rằng MN = AM + BN.

HD:



a) Gọi I là tiếp điểm của tiếp tuyến MN với đường tròn (O). Nối OI.

Ta có: $\widehat{AOI}+\widehat{BOI}=180^0$ (hai góc kề bù)

OM là tia phân giác của góc AOI (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau);

ON là tia phân giác của góc BOI (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra: $OM\perp ON$ (tính chất hai góc kề bù)

Vậy $\widehat{MON}=90^0$.

b) Ta có: MA = MI (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau);

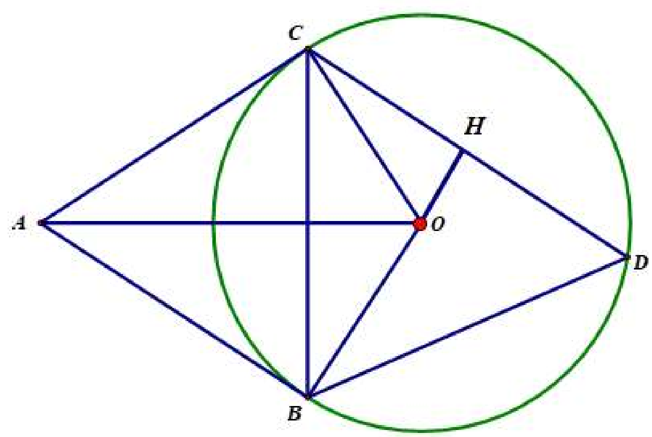
NB = NI (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).

Mà: MN = MI + IN

Suy ra: MN = AM + BN.

Câu 7. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn. Kẻ dây CD song song với AB. Chứng minh rằng BC = BD.

HD:



Ta có $OB\perp AB$ và $AB//CD$ nên $OB\perp CD$.

Gọi H là giao điểm của BO và CD thì $BH\perp CD$.

Suy ra HC = HD (đường kính vuông góc với dây thì đi qua trung điểm của dây)

Tam giác BCD có BH vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến nên ΔBCD là tam giác cân tại B.

Do đó BC = BD.