

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp zoom 9.2 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

ĐẠI SỐ

Câu 9. Cho biểu thức: $M = \left(\frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$ với $a > 0; a \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức.

b) So sánh M với 1.

HD:

a) ĐKXĐ: $a > 0; a \neq 1$

$$M = \left(\frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$$

$$M = \left(\frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a})^2-2\sqrt{a}+1}$$

$$M = \frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)^2}$$

$$M = \frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{a}-1)^2}{\sqrt{a}+1}$$

$$M = \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$$

b) $M = \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$ với $a > 0; a \neq 1$

$$M = \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{a}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{a}} < 1.$$

Câu 10. Cho biểu thức: $P = \frac{2x+2}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

a) Rút gọn biểu thức P .

b) So sánh P với 5.

HD:

a) ĐKXĐ: $x > 0; x \neq 1$

$$P = \frac{2x+2}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$$

$$P = \frac{2x+2}{\sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x})^3 - 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x})^3 + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$$

$$P = \frac{2x+2}{\sqrt{x}} + \frac{x^2 + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} - \frac{x^2 - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$$

$$P = \frac{2x+2+x^2 + \sqrt{x} + 1 - x^2 + \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$$

$$P = \frac{2x+2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$$

b) $P = \frac{2x+2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}, x > 0; x \neq 1$

$$P = \frac{2x+2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + 2 + \frac{2}{\sqrt{x}} = 2 + \left(2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right) \geq 2 + 2\sqrt{2\sqrt{x} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}}} = 6$$

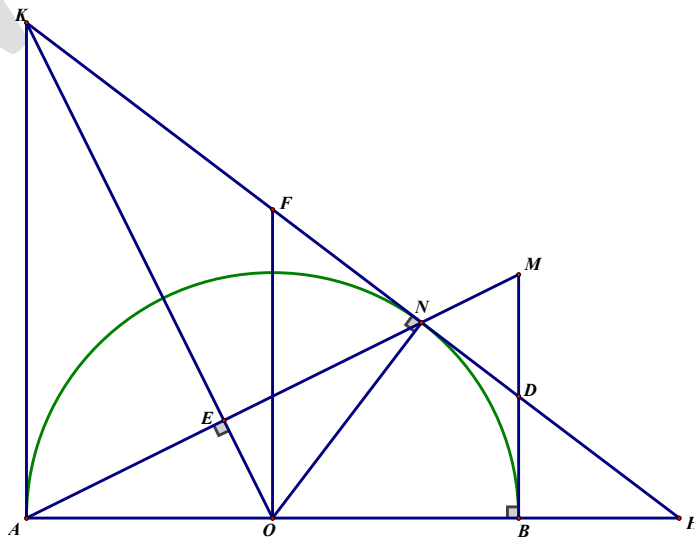
Vậy $P > 5$.

HÌNH HỌC

Câu 20. Cho nửa đường tròn $(O; R)$, đường kính AB . Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến Bx với (O) . Điểm M di động trên tia Bx ($M \neq B$), AM cắt nửa đường tròn (O) tại điểm N ($N \neq A$). Kẻ OE vuông góc với AN tại E .

- Chứng minh các điểm E, O, B, M cùng thuộc đường tròn đường kính OM .
- Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại N cắt tia OE tại K và cắt MB tại D . Chứng minh KA là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) .
- Chứng minh rằng $KA \cdot DB$ không đổi khi điểm M di động trên tia Bx .
- Gọi H là giao điểm của AB và DK , kẻ $OF \perp AB$ ($F \in DK$). Chứng minh $\frac{BD}{DF} + \frac{DF}{HF} = 1$.

(Đề thi học kì 1 Toán 9 Ba Đình – 2019 – 2020)



HD: a) Vì BM là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên

$$BM \perp BO \Rightarrow \triangle OBM \text{ vuông tại } B$$

$\Rightarrow O, B, M$ thuộc đường tròn đường kính OM

Vì OE vuông góc với AN tại E nên

$$OE \perp AN \Rightarrow OE \perp EM$$

$\Rightarrow \triangle OEM$ vuông tại E

$\Rightarrow O, E, M$ thuộc đường tròn đường kính OM

Vậy E, O, B, M cùng thuộc đường tròn đường kính OM

b) Vì OE vuông góc với AN tại E nên E là trung điểm AN

$\Rightarrow OK \perp AN$ tại trung điểm E của $AN \Rightarrow OK$ là đường trung trực của $AN \Rightarrow KA = KN; OA = ON$

Xét $\triangle OAK$ và $\triangle ONK$ có:

$$OA = ON$$

OK : cạnh chung

$$KA = KN$$

$\Rightarrow \triangle OAK = \triangle ONK$ ($c - c - c$) $\Rightarrow \widehat{OAK} = \widehat{ONK}$ (hai góc tương ứng)

Mà $\widehat{ONK} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OAK} = 90^\circ \Rightarrow AK \perp OA$ tại A

Mà $A \in (O) \Rightarrow KA$ là tiếp tuyến của (O)

c) Vì KA, KN là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow OK$ là phân giác của \widehat{AON}

Và DB, DN là hai tiếp tuyến cắt nhau $\Rightarrow OD$ là phân giác của \widehat{BON}

Mà \widehat{AON} và \widehat{BON} là hai góc kề bù $\Rightarrow OK \perp OD \Rightarrow \triangle KOD$ vuông tại O

$\triangle KOD$ vuông tại O có $ON \perp KD$

$\Rightarrow KN \cdot ND = ON^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Mà $KN = KA, ND = DB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) và $ON = R$

$\Rightarrow KA \cdot DB = R^2$ (không đổi)

Vậy $KA \cdot DB$ không đổi khi điểm M di động trên tia Bx .

d) Vì $\begin{cases} OF \perp AB \\ BD \perp AB \end{cases} \Rightarrow OF \parallel AB \Rightarrow \widehat{FOD} = \widehat{BDO}$ (hai góc so le trong)

Mà $\widehat{ODF} = \widehat{BDO}$ (tính chất hai tiếp tuyến bắt nhau)

$\Rightarrow \widehat{FOD} = \widehat{ODF} \Rightarrow \triangle FDO$ cân tại $F \Rightarrow OF = DF$

Áp dụng hệ quả của định lý Ta - lét vào $\triangle OHF$ có $OF \parallel BD$ ta được:

$$\frac{BD}{OF} = \frac{HD}{HF} \Rightarrow \frac{BD}{DF} = \frac{HD}{HF} \text{ (vì } OF = DF) \Rightarrow \frac{BD}{DF} + \frac{DF}{HF} = \frac{HD}{HF} + \frac{DF}{HF} = 1 \text{ (đpcm)}$$