

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

SO SÁNH HAI BIỂU THỨC - SO SÁNH BIỂU THỨC VỚI MỘT SỐ

Tài liệu lớp zoom 9.2 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

DẠNG 1: So sánh biểu thức rút gọn A với một số k.

Câu 1. Cho biểu thức $M = \left(\frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$ với $a > 0, a \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức M .

b) So sánh M với 1.

Câu 2. Cho biểu thức $P = \frac{x\sqrt{x}+5\sqrt{x}-12}{x-\sqrt{x}-6} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$

a) Rút gọn P .

b) So sánh P và 4.

Câu 3. Cho $P = \left(\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}}{y-x} \right) : \left(\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + \sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \right)$.

a) Rút gọn biểu thức P .

b) So sánh P và 1.

DẠNG 2: So sánh hai biểu thức đã rút gọn A và B.

Câu 4. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2} \right)^2$.

a) Rút gọn biểu thức P .

b) So sánh P với $-2\sqrt{x}$.

Câu 5. Cho biểu thức $Q = \sqrt{x} \left(\frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} \right)$.

a) Rút gọn biểu thức Q .

b) So sánh $\frac{1}{Q} \cdot x$ với $3\sqrt{x}$.

Câu 6. Cho biểu thức $B = \frac{(\sqrt{a}-1)^2}{3\sqrt{a}+(\sqrt{a}-1)^2} - \frac{3-2(\sqrt{a}-1)^2}{a\sqrt{a}-1} + \frac{2}{\sqrt{a}-1}$.

a) Rút gọn biểu thức B .

b) So sánh B với biểu thức $Q = \frac{2\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-1}$.

DẠNG 3: So sánh biểu thức rút gọn A với \sqrt{A} hoặc A^2 với A.

Câu 7. Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2x+\sqrt{x}-1}{1-x} + \frac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}} \right) \text{ với } x > 0; x \neq \frac{1}{4}; x \neq 1$$

a) Rút gọn biểu thức A

b) So sánh A và \sqrt{A}

Câu 8. Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{x-4} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} \right) : \frac{2}{\sqrt{x}-2}$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) So sánh A và A^2

BÀI TẬP VẬN DỤNG.

Câu 9. Cho biểu thức: $M = \left(\frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$ với $a > 0; a \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức.

b) So sánh M với 1.

Câu 10. Cho biểu thức: $P = \frac{2x+2}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) So sánh P với 5.

Câu 11. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Chứng minh rằng $0 < A < 2$.

Câu 12. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}}{y-x} \right) : \left(\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + \sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \right)$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Chứng minh $0 \leq P \leq 1$

Câu 13. Cho biểu thức: $A = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Chứng minh rằng $A \leq \frac{2}{3}$.

Câu 14. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{2}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right)$ (với $x > 0$ và $x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Chứng minh rằng $A > 2$ với mọi x thỏa mãn $x > 0$ và $x \neq 1$.

Câu 15. Cho biểu thức: $P = (1-\sqrt{x}) \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \left(\frac{x+\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1} - 1 \right)$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Chứng minh $P > 1$.

Câu 16. Cho biểu thức: $A = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Chứng minh $A < \frac{1}{3}$.

Câu 17. Cho biểu thức: $A = \frac{x-3\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}-6}$ và $B = \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Chứng minh rằng khi $A > 0$ thì $B \geq 3$.

Câu 18. Cho hai biểu thức:

$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{x-6\sqrt{x}-7}{9-x}$ và $Q = \frac{5-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + 1$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

a) Rút gọn các biểu thức P và Q

b) $Q > 0$, hãy so sánh P và $\frac{1}{2}$.

Giáo viên: Nguyễn Thành Long

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

ÔN TẬP GIỮA KÌ

Tài liệu lớp zoom 9.2 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho tam giác ABC có cạnh $AB = 12\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$. Kẻ đường cao AM. Kẻ ME vuông góc với AB.

- Chứng minh tam giác ABC là tam giác vuông.
- Tính độ dài AM, BM.
- Chứng minh $AE \cdot AB = AC^2 - MC^2$.
- Chứng minh $AE \cdot AB = MB \cdot MC = EM \cdot AC$.

Câu 2. Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC lấy điểm E, tia AE cắt đường thẳng CD tại G. Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AE chứa tia AD kẻ đoạn thẳng AF sao cho $AF \perp AE$ và $AF = AE$. Chứng minh rằng:

- $FD = BE$
- Các điểm F, D, C thẳng hàng.
- $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AG^2}$

Câu 3. Hãy đơn giản các biểu thức sau

- $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$;
- $(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)$;
- $\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha \tan^2 \alpha$;
- $\cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha \tan^2 \alpha$.

Câu 4. Cho ΔABD , $AB = 6\text{cm}$, $AD = 8\text{cm}$, $BD = 10\text{cm}$, đường cao AM.

- Chứng tỏ ΔABD là tam giác vuông. Tính MA, MB
- Qua B kẻ tia $Bx \parallel AD$, tia Bx cắt tia AM ở C. Chứng minh $AM \cdot AC = BM \cdot BD$
- Kẻ CE vuông góc với AD ($E \in AD$), CE cắt BD tại I. Chứng minh $BM^2 = MI \cdot MD$
- Chứng minh rằng tỉ số diện tích của ΔAME và ΔADC bằng $\frac{9}{25}$

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A, vẽ đường cao AH của ΔABC ($H \in BC$)

- Đường thẳng vuông góc với BC tại B cắt đường thẳng AC tại D. Chứng minh: $AD \cdot AC = BH \cdot BC$
- Kẻ tia phân giác BE của \widehat{DBA} (E thuộc đoạn DA). Chứng minh: $\tan \widehat{EBA} = \frac{AD}{AB + AD}$

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao $AH = 4\text{cm}$; $HB = 3\text{cm}$.

- Tính độ dài AB, AC, HC

b) Gọi D là điểm đối xứng của A qua B, trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho $HE = 2HA$. Gọi I là hình chiếu của D trên HE. Chứng minh: I là trung điểm của HE. Tính giá trị của biểu thức $P =$

$$2 \cdot \tan \widehat{IED} - 3 \cdot \tan \widehat{ECH}.$$

c) Chứng minh: CE vuông góc với ED.

Câu 7. Cho hình thang ABCD có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$ và $AB < DC$. Hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau tại O.

a) Cho $AB = 9$ cm; $AD = 12$ cm. Hãy

- Tính tỉ số lượng giác của các góc nhọn và cạnh BD của tam giác ADB.

- Tính độ dài các đoạn thẳng AO, DO, AC

- Kẻ BH vuông góc với DC tại H. Tính diện tích tam giác DOH.

b) Chứng minh: $BH^2 = AB \cdot CD$

Câu 8. Tính $Q = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$.

Giáo viên: Trần Tuấn Việt