

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp zoom 9.2 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: Ngày học:

ĐẠI SỐ

Câu 5. Cho biểu thức $Q = \left(\frac{x^2}{x^2 - \sqrt{x^3}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \right) \cdot \left(\frac{x+25}{x-\sqrt{x}+1} \right)$ với $x > 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức Q

b) Tìm x để biểu thức Q đạt giá trị nhỏ nhất.

(Thi vào 10- Nam Định - 2021).

HD:

a) Với $x > 0, x \neq 1$. Ta có

$$\begin{aligned} Q &= \left(\frac{x^2}{x^2 - \sqrt{x^3}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \right) \cdot \left(\frac{x+25}{x-\sqrt{x}+1} \right) \\ &= \left[\frac{x^2}{x\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x}-1)} + \frac{x+1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right] \cdot \left(\frac{x+25}{x-\sqrt{x}+1} \right) \\ &= \left[\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right] \cdot \left(\frac{x+25}{x-\sqrt{x}+1} \right) \\ &= \frac{x+(x+1)(\sqrt{x}-1)-\sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x}-1)} \cdot \left(\frac{x+25}{x-\sqrt{x}+1} \right) \\ &= \frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x}-1)} \cdot \left(\frac{x+25}{x-\sqrt{x}+1} \right) \\ &= \frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \left(\frac{x+25}{x-\sqrt{x}+1} \right) \\ &= \frac{x+25}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Vậy với $x > 0, x \neq 1$ thì $Q = \frac{x+25}{\sqrt{x}}$.

$$b) Q = \frac{x+25}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{25}{\sqrt{x}} \stackrel{\text{CO-SI}}{\geq} 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{25}{\sqrt{x}}} \Rightarrow Q \geq 10.$$

Dấu “=” xảy ra khi $\sqrt{x} = \frac{25}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 25$ (thỏa mãn)

Vậy $\text{Min}Q = 10$ khi $x = 25$.

Câu 6. Cho $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+5}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

a) Tính A khi $x = 4$

b) Chứng minh $B = \frac{2}{\sqrt{x}+1}$

c) Tìm x để $P = 2A.B + \sqrt{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

(Thi vào 10 – Hà Nội – 2020)

HD:

a) Thay $x = 4$ vào A $\Rightarrow A = \frac{\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}+2} = \frac{2+1}{2+2} = \frac{3}{4}$

b) $B = \frac{3}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+5}{x-1} = \frac{3(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$
 $= \frac{3\sqrt{x}+3-\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{2}{\sqrt{x}+1}$ (dpcm)

c) $P = 2A.B + \sqrt{x} = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \sqrt{x} = \frac{4}{\sqrt{x}+2} + \sqrt{x}$.

$$= \sqrt{x} + 2 + \frac{4}{\sqrt{x}+2} - 2 \stackrel{\text{CO-SI}}{\geq} 2\sqrt{(\sqrt{x}+2) \cdot \frac{4}{\sqrt{x}+2}} - 2$$

$\Rightarrow P \geq 2$

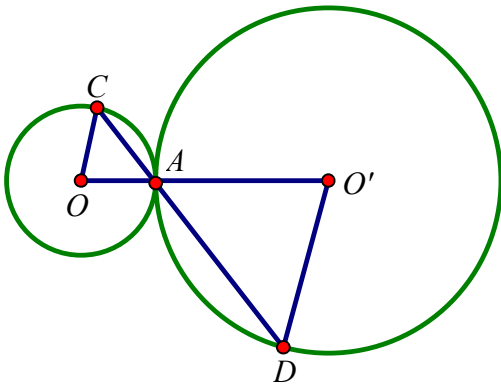
Dấu “=” xảy ra khi $\sqrt{x} + 2 = \frac{4}{\sqrt{x}+2} \Leftrightarrow (\sqrt{x} + 2)^2 = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 = 2 \Leftrightarrow x = 0$ (thỏa mãn)

Vậy $\text{Min}P = 2$ khi $x = 0$.

HÌNH HỌC

Câu 9. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Qua A kẻ một đường thẳng cắt (O) tại C và cắt đường tròn (O') tại D. Tính tỉ số $\frac{AC}{AD}$ biết $OA = 3; OO' = 8$.

HD:



Vì hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc nhau nên O, A, O' thẳng hàng.

Ta có: $O'A = OO' - OA = 8 - 3 = 5$.

Tam giác AOC cân tại O $\Rightarrow \widehat{OCA} = \widehat{OAC}$ (1)

Tam giác AO'D cân tại O' $\Rightarrow \widehat{O'AD} = \widehat{O'DA}$ (2)

Mà $\widehat{OAC} = \widehat{O'AD}$ (đối đỉnh) (3)

Từ (1) (2) và (3) suy ra $\widehat{OCA} = \widehat{O'DA}$

$\Rightarrow \Delta AOC$ đồng dạng với $\Delta AO'D$ (g.g).

$$\Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{OA}{O'A} = \frac{3}{5}.$$