

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 10

DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

Tài liệu lớp học 10A1 - 18h00 - 21h15 - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:.....Ngày học:.....

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

- Tam thức bậc hai (đối với x) là biểu thức có dạng $ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những số thực cho trước ($a \neq 0$), được gọi là các hệ số của tam thức bậc hai.

Định lí về dấu tam thức bậc hai.

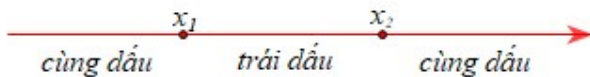
- Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

+ Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

+ Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với hệ số a và với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$ và $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = 0$.

+ Nếu $\Delta > 0$ thì tam thức $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 ($x_1 < x_2$). Khi đó, $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$; $f(x)$ trái dấu với hệ số a với mọi $x \in (x_1; x_2)$.

Nhớ nhanh. Khi $\Delta > 0$, dấu của $f(x)$ và a là: “Trong trái, ngoài cùng”



Chú ý. Trong định lí về tam thức bậc hai có thể thay Δ bởi Δ' .

Ví dụ 1. Xét dấu các tam thức bậc hai sau:

a) $x^2 + x + 1$;

b) $-\frac{3}{2}x^2 + 9x - \frac{27}{2}$;

c) $2x^2 + 6x - 8$

2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

- Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình có dạng $ax^2 + bx + c > 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \geq 0, ax^2 + bx + c < 0, ax^2 + bx + c \leq 0$), trong đó a, b, c là những số thực đã cho và $a \neq 0$.

- Số thực x_0 gọi là một nghiệm của bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$, nếu $ax_0^2 + bx_0 + c > 0$. Tập hợp gồm tất cả các nghiệm của bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$ gọi là tập nghiệm của bất phương trình này.

- Giải bất phương trình bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c > 0$ là tìm tập nghiệm của nó, tức là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)$ cùng dấu với hệ số a (nếu $a > 0$) hay trái dấu với hệ số a (nếu $a < 0$).

Nhận xét. Để giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$ (hoặc

$ax^2 + bx + c \geq 0, ax^2 + bx + c < 0, ax^2 + bx + c \leq 0$) ta cần xét dấu tam thức $ax^2 + bx + c$, từ đó suy ra tập nghiệm.

Ví dụ 2. Giải các bất phương trình sau:

a) $3x^2 + x + 5 \leq 0$; b) $-3x^2 + 2\sqrt{3}x - 1 \geq 0$; c) $-x^2 + 2x + 1 > 0$.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1. Xét dấu của tam thức bậc hai

Phương pháp: Sử dụng định lí về dấu của tam thức bậc hai

a) Để xét dấu tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Tính và xác định dấu của biệt thức Δ ;

Bước 2: Xác định nghiệm của $f(x)$ (nếu có);

Bước 3: Xác định dấu của hệ số a ;

Bước 4: Xác định dấu của $f(x)$.

b) Khi xét dấu của tam thức bậc hai, ta có thể dùng biệt thức thu gọn Δ' thay cho biệt thức Δ .

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

Câu 1: Xét dấu các tam thức bậc hai sau:

a. $3x^2 - 4x + 1$

b. $x^2 + 2x + 1$

c. $-x^2 + 3x - 2$

d. $-x^2 + x - 1$

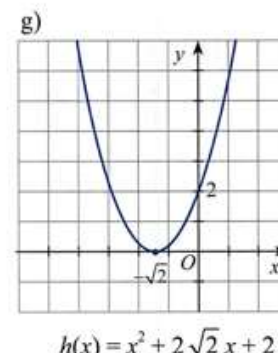
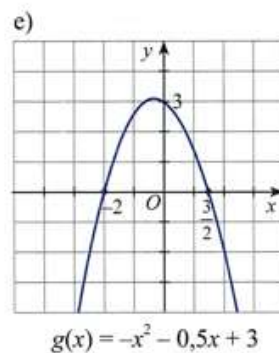
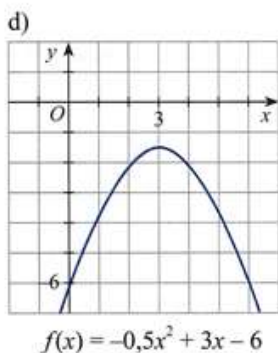
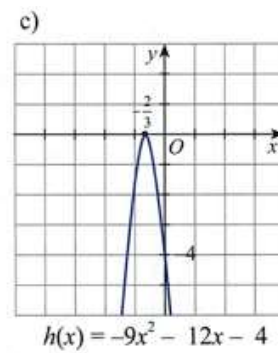
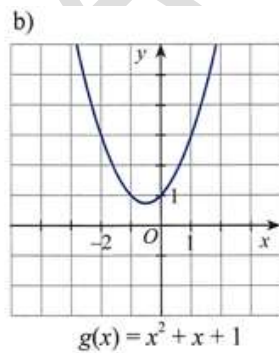
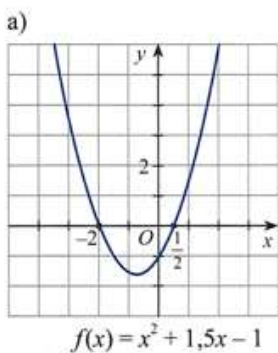
Câu 2: Xác định giá trị của m để các đa thức sau là tam thức bậc hai.

a. $(m+1)x^2 + 2x + m$

b. $mx^3 + 2x^2 - x + m$

c. $-5x^2 + 2x - m + 1$

Câu 3: Dựa vào đồ thị của các hàm số bậc hai sau đây, hãy lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai tương ứng.



Câu 4: Xét dấu của tam thức bậc hai sau đây

a. $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$

b. $f(x) = -x^2 + 2x + 21$

c. $f(x) = -2x^2 + x - 2$

d. $f(x) = -4x(x+3) - 9$

e. $f(x) = (2x+5)(x-3)$

Câu 5: Cho tam thức bậc hai $f(x) = 3x^2 + 4x - 7$.

a) Tính biệt thức và nghiệm (nếu có) của $f(x)$.

b) Xác định dấu của $f(x)$ tại $x = 0$ và $x = 3$.

Câu 6: Tìm các giá trị của tham số m để biểu thức $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + 3mx - 6$ là một tam thức bậc hai có $x = 2$ là một nghiệm.

Câu 7: Cho biểu thức $f(x) = (m+1)x^2 + 3x - 1$, trong đó m là tham số. Tìm các giá trị của m để:

a) $f(x)$ là một tam thức bậc hai dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

b) $f(x)$ là một tam thức bậc hai không đổi dấu với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 8: Tìm các giá trị của tham số m để:

a) $f(x) = (m^2 + 9)x^2 + (m+6)x + 1$ là một tam thức bậc hai có một nghiệm duy nhất;

b) $f(x) = (m-1)x^2 + 3x + 1$ là một tam thức bậc hai có hai nghiệm phân biệt;

c) $f(x) = mx^2 + (m+2)x + 1$ là một tam thức bậc hai vô nghiệm.

Câu 9: Chứng minh rằng:

a) $2x^2 + \sqrt{3}x + 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$;

b) $x^2 + x + \frac{1}{4} \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$;

c) $-x^2 < -2x + 3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 10: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai?

a) $x^2 - 2x - 3 > 0$ khi và chỉ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

b) $x^2 - 2x - 3 < 0$ khi và chỉ khi $x \in [-1; 3]$

Câu 11: Tìm m để tam thức $f(x) = x^2 - 2x + m - 12$ nhận giá trị dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 12: Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3m - 2}$ có tập xác định là \mathbb{R} ?

Giáo viên: Nguyễn Thành Long

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 10
TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VÉCTƠ (tiếp)
Tài liệu lớp học 10A1 - 18h00 - 21h15 - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:.....Ngày học:.....

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 3$, $AC = 4$. Các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh AB, AC thoả mãn $AM = AN = 1$. Tính $\overline{BN} \cdot \overline{CM}$.

Câu 2. Cho tam giác ABC có $AB=4$, $AC=6$. M là trung điểm của BC. Tính $\overline{AM} \cdot \overline{BC}$.

Câu 3. Cho hình bình hành ABCD có $AB = 3$, $AD = 4$, $\hat{A} = 60^\circ$. M là trung điểm của CD. Tính $\overline{AM} \cdot \overline{BD}$

Câu 4. Cho bốn điểm A, B, C, D. Chứng minh $\overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AC} \cdot \overline{DB} + \overline{AD} \cdot \overline{BC} = 0$.

Câu 5. Cho hình vuông ABCD, M là trung điểm của BC. N là điểm nằm giữa hai điểm A và C. Đặt $x = \frac{AN}{AC}$. Tìm x thoả mãn $AM \perp BN$.

Câu 6. Cho tam giác ABC và G là trọng tâm của tam giác. Với mỗi điểm M, chứng minh rằng $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$.

Câu 7. Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 650 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 35 km/h. Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị km/h).

Câu 8. Cho hình thoi ABCD có cạnh a và $\hat{A} = 120^\circ$. Tính $\overline{AC} \cdot \overline{BC}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 6$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị):

- Độ dài cạnh BC và độ lớn góc B;
- Bán kính đường tròn ngoại tiếp R;
- Diện tích của tam giác ABC.
- Độ dài đường cao xuất phát từ A.
- $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$, $\overline{AM} \cdot \overline{AC}$ với M là trung điểm của BC.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà