BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 11
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp học 11A1 – 18h – 21h15 – Tối thứ năm – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:.....Ngày học:.....

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $5x-3y+15-0$. Tìm ảnh d' của d qua phép quay $Q_{(O,90^o)}$ với O là gốc tọa độ.

HD:

Gọi $A(0;5), B(-3;0) \in d$. Ta có: $\begin{cases} Q_{(O;90^o)}A(0;5) = A'(-5;0) \\ Q_{(O;90^o)}B(-3;0) = B'(0;-3) \end{cases}$

Ảnh của đường thẳng d là đường thẳng d' đi qua hai điểm A' và B'

$\overrightarrow{A'B'} = (5;-3) \Rightarrow (d'): \dfrac{x+5}{5} = \dfrac{y}{-3} \Rightarrow (d'): 3x+5y+15=0$

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) có phương trình $(C): x^2+y^2-2x+4y-4=0$ qua phép quay $Q_{\left(O,-\frac{\pi}{2}\right)}$.

HD:

$(C): x^2+y^2-2x+4y-4=0 \Rightarrow (C): (x-1)^2+(y+2)^2=9$

$\Rightarrow (C)$ có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=3$

Ta có: $Q_{\left(O;-\frac{\pi}{2}\right)}I(1;-2) = (-2;-1) \Rightarrow (C'): (x+2)^2+(y+1)^2=9$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Nếu $OM = OM'$ thì M' là ảnh của M qua phép quay tâm O góc quay $\dfrac{\pi}{2}$.

B. Nếu $\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{OM'}$ thì M' là ảnh của M qua phép quay tâm O góc quay π.

C. Phép quay là phép đối xứng tâm.

D. Phép đối xứng tâm không phải là một phép quay.

HD:

Chọn B

+ $\overrightarrow{OM}=-\overrightarrow{OM'}$ thì O là trung điểm của đoạn thẳng MM' do đó M' là ảnh của M qua phép quay tâm O góc quay π.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Có một phép tịnh tiến theo vectơ khác vectơ- không biến mọi điểm thành chính nó.

B. Có một phép đối xứng trục biến mọi điểm thành chính nó.

C. Có một phép đối xứng tâm biến mọi điểm thành chính nó.

D. Có một phép quay biến mọi điểm thành chính nó.

HD:

Chọn D

Phép quay tâm bất kì với góc quay $\varphi=k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$ là phép đồng nhất.

Câu 3. Phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ với $\varphi\neq\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ biến điểm A thành M. Khi đó:

(I): O cách đều A và M.

(II): O thuộc đường tròn đường kính AM.

(III): O nằm trên cung chứa góc φ dựng trên đoạn AM.

Trong các câu trên câu đúng là:

A. Cả ba câu. **B.** chỉ (I) và (II). **C.** chỉ (I). **D.** chỉ (I) và (III).

HD:

Chon C

(I) đúng theo định nghĩa có $OA=OM$.

(II) chỉ đúng khi $\varphi=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

(III) chỉ đúng khi $0<\varphi<180^{\circ}$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3;0)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay $\frac{\pi}{2}$:

A. $A'(0;-3)$. **B.** $A'(0;3)$. **C.** $A'(-3;0)$. **D.** $A'(2\sqrt{3};2\sqrt{3})$.

HD:

Chọn B

Gọi $A'(x;y)$. Ta có $Q_{\left(O,\frac{\pi}{2}\right)}(A)=A' \Leftrightarrow \begin{cases} OA=OA' \\ \left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OA'}\right)=\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$.

Vì $A(3;0)\in Ox \xrightarrow{\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OA'}\right)=\frac{\pi}{2}} A'\in Oy \Rightarrow A'(0;y)$. Mà $OA=OA' \Rightarrow |y|=3$.

Do góc quay $\varphi=\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow y>0$. Vậy $A'(0;3)$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, ảnh của điểm $M(-6;1)$ qua phép quay $Q_{(O,90°)}$ là:

A. $M'(1;6)$. **B.** $M'(-1;-6)$. **C.** $M'(-6;-1)$. **D.** $M'(6;1)$.

HD:

Chọn B

Giả sử $M'(x',y')$ là ảnh của M qua phép quay $Q(O,90°)$.

Khi đó $\begin{cases} x'=-y_M=-1 \\ y'=x_M=-6 \end{cases}$ suy ra $M'(-1;-6)$.

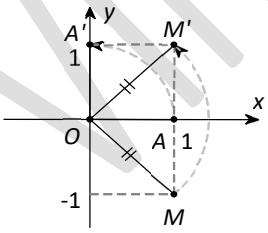
Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho phép quay tâm O biến điểm $A(1;0)$ thành điểm $A'(0;1)$.

Khi đó nó biến điểm $M(1;-1)$ thành điểm:

A. $M'(-1;-1)$. **B.** $M'(1;1)$. **C.** $M'(-1;1)$. **D.** $M'(1;0)$.

HD:

Chọn B



Từ giả thiết, kết hợp với hình vẽ ta thấy góc quay là $\dfrac{\pi}{2}$.

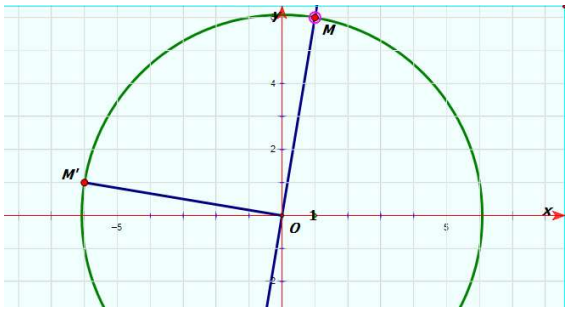
Khi đó phép quay tâm O góc quay $\dfrac{\pi}{2}$ biến điểm $M(1;-1)$ thành điểm $M'(1;1)$.

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy, tạo ảnh của điểm $M'(-6;1)$ qua phép quay $Q(O,90°)$ là:

A. $M(1;-6)$. **B.** $M(1;6)$. **C.** $M(-6;-1)$. **D.** $M(6;1)$.

HD:

Chọn B



Giả sử $M'(x',y')$ là ảnh của M qua phép quay $Q(O,90^o)$.

Khi đó $\begin{cases} x' = -y_M = -6 \\ y' = x_M = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_M = 6 \\ x_M = 1 \end{cases}$ suy ra $M(1;6)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(1;1)$. Hỏi các điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép quay tâm O, góc $45°$?

A. $M'(-1;1)$. **B.** $M'(1;0)$. **C.** $M'(\sqrt{2};0)$. **D.** $M'(0;\sqrt{2})$.

HD:

Chọn D

Cách 1:

Góc quay $45°$ nên M' thuộc Oy. $OM' = OM = \sqrt{2}$ nên $M'(0;\sqrt{2})$

Cách 2:

Thay biểu thức tọa độ của phép quay tâm O góc quay $45°$ ta có:

$\begin{cases} x' = x.\cos 45° - y.\sin 45° = \cos 45° - \sin 45° = 0 \\ y' = x.\sin 45° + y.\cos 45° = \sin 45° + \cos 45° = \sqrt{2} \end{cases}$. Vậy $M'(0;\sqrt{2})$.

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: 3x - y + 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép quay tâm O góc quay -90^o.

A. $d': x + 3y + 2 = 0$. **B.** $d': x + 3y - 2 = 0$. **C.** $d': 3x - y - 6 = 0$. **D.** $d': x - 3y - 2 = 0$.

HD:

Chọn B

Qua phép quay tâm O góc quay $-90°$ đường thẳng d biến thành đường thẳng d' vuông góc với d.

Phương trình đường thẳng d' có dạng: $x+3y+m=0$.

Lấy $A(0;2)\in d$. Qua phép quay tâm O góc quay $-90°$, điểm $A(0;2)$ biến thành điểm $B(2;0)\in d'$. Khi đó $m=-2$.

Vậy phương trình đường d' là $x+3y-2=0$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x-y+2=0$. Hãy viết phương trình đường thẳng d là ảnh của đường thẳng Δ qua phép quay tâm O, góc quay $90°$.

A. $d: x+y+2=0$. **B.** $d: x-y+2=0$. **C.** $d: x+y-2=0$. **D.** $d: x+y+4=0$.

HD:

Chọn A

Đường thẳng d là ảnh của đường thẳng Δ qua phép quay tâm O, góc quay 90^o nên d vuông góc với Δ.

Phương trình d có dạng $x+y+c=0\ (1)$

Chọn $M(0;2)\in\Delta$, M' là ảnh của M qua phép quay nên $M'(-2;0)\in d$

Thay vào (1): $c=2$. Vậy phương trình $d: x+y+2=0$

Câu 11. Cho hình vuông tâm O. Xét phép quay Q có tâm quay O và góc quay φ. Với giá trị nào sau đây của φ, phép quay Q biến hình vuông thành chính nó?

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\varphi=\frac{\pi}{4}$. **C.** $\varphi=\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

HD:

Chọn D

Các góc quay để biến hình vuông thành chính nó là: $k\frac{\pi}{2}\ (k\in\mathbb{Z})$

Câu 12. Cho hình chữ nhật tâm O. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α với $0\le\alpha<2\pi$, biến hình chữ nhật trên thành chính nó?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

HD:

Chọn B

Do $0 \le \alpha < 2\pi$ nên ta có các góc quay $0,\ \pi$.

Câu 13. Cho tam giác đều ABC, các đỉnh theo thứ thự ngược chiều quay kim đồng hồ . Hãy xác định góc quay của phép quay tâm A biến điểm B thành điểm C

A. $\varphi = 30°$. **B.** $\varphi = 90°$. **C.** $\varphi = -120°$. **D.** $\varphi = 60°$.

HD:

Chọn D

Ta có : $\begin{cases} AB = AC \\ (AB, AC) = 60° + k360°(k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$ nên $Q_{(A;60°)}(B) = C$

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho phép quay tâm O góc quay $45°$. Tìm ảnh của đường tròn $(C):(x-1)^2 + y^2 = 4$.

A. $\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 4$. **B.** $\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 4$.

C. $\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 4$. **D.** $x^2 + y^2 + \sqrt{2}x + \sqrt{2}y - 2 = 0$.

HD:

Chọn A

Đường tròn $(C):(x-1)^2 + y^2 = 4$ có tâm $I(1;0)$ bán kính $R = 2$

$Q_{(O,45°)}(C) = (C')$ nên $Q_{(O,45°)}(I) = I'$

Thay biểu thức tọa độ của phép quay tâm O góc quay 45° ta có:

$\begin{cases} x' = x.\cos 45^\circ - y.\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y' = x.\sin 45° + y.\cos 45° = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$. Vậy $I'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Vậy đường tròn (C') có phương trình là: $\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 4$.

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):x^2+y^2+6x+5=0$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua $Q_{\left(O,-\frac{\pi}{2}\right)}$.

A. $(C'):x^2+(y-3)^2=4$.

B. $(C'):(x-3)^2+y^2=4$.

C. $(C'):x^2+(y+3)^2=4$.

D. $(C'):(x+3)^2+y^2=4$.

HD:

$I(-3;0)\Rightarrow I'(0;3)=Q_{\left(O;-\frac{\pi}{2}\right)}(I)$. Vậy $(C'):x^2+(y-3)^2=4$.

ĐẠI SỐ

Bài 2: Giải các phương trình sau:

d) $\sin 2x+\sin^2 x=\frac{1}{2}$

c) $5\sin 2x-6\cos^2 x=13$

HD:

d) $\sin 2x+\sin^2 x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \sin 2x+\frac{1}{2}(1-\cos 2x)=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x=0\Leftrightarrow \sin 2x=\frac{1}{2}\cos 2x$

Nhận thấy $\cos 2x=0$ không thỏa mãn

$\Leftrightarrow \tan 2x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow 2x=\arctan\frac{1}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\arctan\frac{1}{2}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$

c) $5\sin 2x-6\cos^2 x=13\Leftrightarrow 5\sin 2x-3(\cos 2x+1)=13$

$\Leftrightarrow 5\sin 2x-3\cos 2x=16$

Vì $5^2+(-3)^2<16^2$ nên phương trình vô nghiệm